

Kemampuan Penalaran Matematika dengan *Math Trail Project* berbantuan *MathCityMap*

Bayu Fajar Ismaya¹, Adi Nur Cahyono², Scolastika Mariani³

¹Program Pascasarjana Universitas Negeri Semarang, ²Universitas Negeri Semarang,

³Universitas Negeri Semarang

Abstract. Kemampuan penalaran matematika belum banyak mendapat perhatian dalam pembelajaran di kelas. Masalah matematika dalam kehidupan sehari-hari memerlukan penalaran untuk penyelesaiannya. Makalah ini merupakan studi literatur tentang strategi pembelajaran matematika untuk meningkatkan kemampuan penalaran peserta didik dalam model *Project Based Learning (PjBL)* yang dikombinasikan dengan teknik *Math Trail*, berbantuan aplikasi *MathCityMap*. Penalaran sebagai kegiatan berpikir sangat terkait dengan karakteristik matematika yang tersusun secara logis, sistematis dan analisis. Menggunakan strategi *PjBL* peserta didik mengeksplorasi masalah realistik dan memperoleh pengetahuan yang dalam sehingga kemampuan penalaran peserta didik akan meningkat. *Math Trail* memberikan kesempatan kepada peserta didik secara aktif mengeksplorasi matematika dengan mengikuti rute yang direncanakan dan menyelesaikan tugas-tugas matematika terkait dengan temuan mereka selama perjalanan. *MathCityMap* sebagai media untuk membantu peserta didik mengeksplorasi matematika dalam *Math Trail Project*. Permasalahan matematika realistik menjadi fokus utama yang akan di eksplorasi oleh peserta didik. Menggunakan konsep matematika yang sudah mereka punyai untuk mengidentifikasi bentuk, bangunan, gedung bersejarah, objek-objek matematika yang bernilai budaya. Bentuk kegiatan peserta didik dikemas menjadi sebuah proyek perjalanan matematika sebagai berikut: 1) proyek eksplorasi masalah matematika berbasis realistik, 2) merencanakan strategi dan desain eksplorasi matematika, 3) melaksanakan eksplorasi berbantuan *MathCityMap*, 4) menyusun laporan dan presentasi hasil eksplorasi, 5) evaluasi hasil proyek.

Keyword. Kemampuan Penalaran, *Project Based Learning*, *Math Trail*, *MathCityMap*.

Pendahuluan

Matematika merupakan dasar dari berkembangnya kemampuan berpikir. Tujuan mempelajari matematika adalah untuk memberikan tekanan pada penataan nalar dan pembentukan sikap peserta didik serta memberi tekanan pada keterampilan dalam penerapan matematika (Dewi & Kusumah, 2017: 129). Peserta didik dibekali matematika untuk menghadapi tantangan dunia yang semakin berkembang, dan sebagai salah satu alat yang digunakan adalah penalaran (Yumiati & Noviyanti, 2017: 284). Oleh karena itu peserta didik membutuhkan kemampuan penalaran dalam proses pemecahan masalah yang akan mereka hadapi. Kemampuan penalaran dan komunikasi serta kemampuan matematika lainnya belum banyak mendapat perhatian dalam kegiatan pembelajaran di kelas (Habsah, 2017: 44). Pencapaian kemampuan penalaran terendah pada aspek memberikan penjelasan atas model, fakta, karakter, relasi atau pola yang ada (Yumiati & Noviyanti, 2017: 284). Hal ini dikarenakan kurangnya pengalaman

belajar yang melatih peserta didik dalam mengembangkan kemampuan penalarannya. Sedangkan, banyak masalah dalam matematika maupun dalam kehidupan sehari-hari yang memerlukan penalaran untuk menyelesaikannya (Dewi & Kusumah, 2017: 129). Hal lain yang terjadi dalam matematika sangat jarang memberikan tugas-tugas otentik (Amin & Mariani, 2017:334). Dapat diartikan peserta didik kesulitan ketika menghadapi permasalahan otentik yang mereka jumpai pada lingkungan sekitarnya. Maka perlu diterapkan strategi pembelajaran yang dapat melatih peserta didik untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematikanya, sehingga peserta didik akan terbiasa menggunakan kemampuan penalaran dalam pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Standar proses dalam pembelajaran seperti yang tercantum dalam permendiknas bahwa untuk mendorong kemampuan peserta didik baik individu maupun kelompok sangat disarankan menggunakan pendekatan pembelajaran yang menghasilkan karya berbasis pemecahan masalah atau *Project Based Learning (PjBL)*. Karakteristik dari *PjBL* bahwa sumber permasalahan bersifat otentik, diyakini bahwa dengan dihadapkan dengan permasalahan otentik peserta didik akan terbiasa mengembangkan kemampuan penalarannya. *PjBL* melatih peserta didik untuk mengkonstruksi pengetahuan mereka dengan mengaitkan pengetahuan yang ada pada diri peserta didik dan menggunakan konsep pengetahuan itu untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi. *Math Trail* adalah perjalanan untuk menemukan matematika (Shoaf et al, 2004: 6). Diartikan bahwa peserta didik secara aktif mengeksplorasi matematika dengan mengikuti rute yang direncanakan dan menyelesaikan tugas-tugas matematika terkait dengan temuan mereka selama perjalanan. Hal ini sejalan dengan metode *PjBL* bahwa pengetahuan peserta didik dibangun dengan memberikan permasalahan matematika non rutin yang bersifat otentik dengan melakukan perjalanan matematika, sehingga peserta didik akan terbiasa menggunakan kemampuan penalaran matematikanya. *MathCityMap* digunakan sebagai media untuk membantu peserta didik mengeksplorasi matematika dalam perjalanannya mengeksplorasi matematika. *MathCityMap* merupakan aplikasi android/iOS dengan berbasis pada *GPS*. *MathCityMap* memberikan lokasi/temuan permasalahan matematika dalam *Math Trail* yang akan dijadikan sebagai titik point permasalahan yang akan mereka selesaikan. Makalah ini menawarkan produk teoritis konseptual untuk menerapkan strategi pembelajaran matematika dalam bentuk *Math Trail Project (Project Based Learning yang dikombinasikan dengan teknik Math Trail)* dan berbantuan aplikasi *MathCityMap* untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematika.

Metode Penelitian

Makalah ini merupakan studi literatur, mengkaji gagasan, atau temuan yang terdapat di dalam literatur sehingga memberikan informasi teoritis dan ilmiah terkait *PjBL* dan teknik *Math Trail* serta aplikasi *MathCityMap* untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematika. Data yang dikumpulkan dan dianalisis berupa makalah, artikel ilmiah, buku bacaan, laporan penelitian, situs internet dan sumber bacaan lain yang relevan. Selanjutnya, teknik analisis data dalam penelitian meliputi 3 tahapan: Pertama, *organize* yakni mengorganisasikan dan melakukan *review* terhadap literatur yang akan digunakan. Kedua, *synthesize* yakni menyatukan hasil *review* literatur menjadi suatu ringkasan agar menjadi satu kesatuan yang padu, dengan mencari keterkaitan antar literatur. Ketiga, *identify* yakni mengidentifikasi permasalahan dalam literatur, guna mendapatkan suatu tulisan yang menarik untuk dibaca.

Pembahasan

Penalaran adalah keterampilan yang ditunjukkan selama tahap pemikiran tingkat lanjut dalam proses pemecahan masalah (Mujiasih et al, 2018:2). Keterampilan penalaran termasuk kemampuan untuk menemukan pola gejala matematika, kemampuan peserta didik untuk membuat dugaan, dan kemampuan peserta didik untuk mengevaluasi validitas argumen matematis (Habsah, 2017: 44), juga mengacu pada kemampuan untuk merumuskan masalah matematika yang diberikan untuk menjelaskan dan membenarkan solusi atau argumen (Mujiasih et al, 2018:2). Widodo et al (2017: 274) menjelaskan bahwa penalaran adalah kemampuan untuk membuat konstruksi logis dan argumen yang masuk akal tentang isu-isu

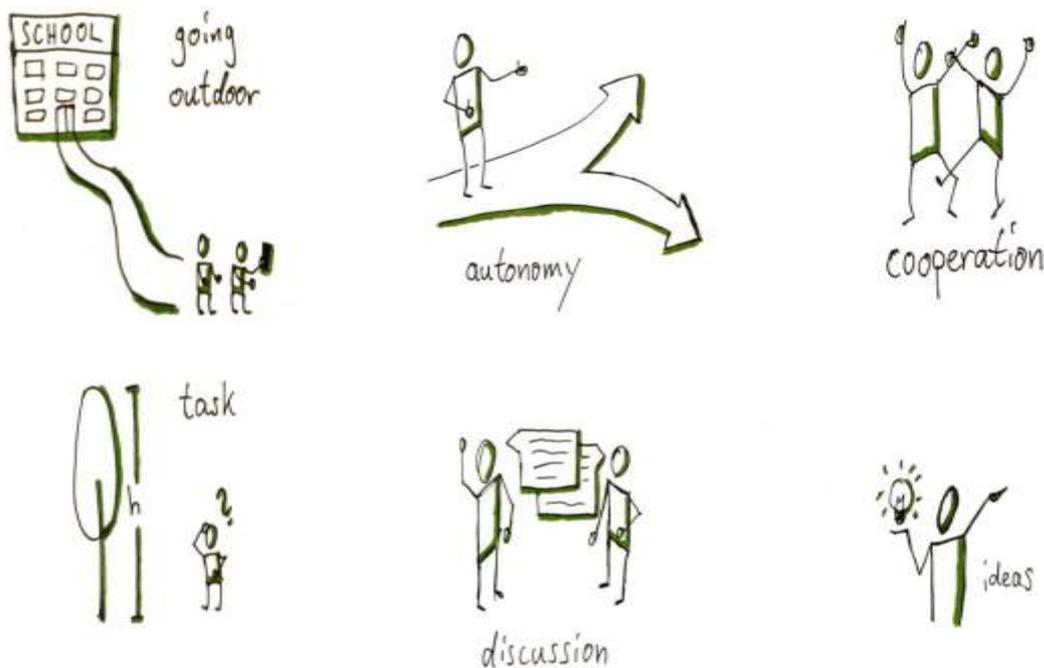
tertentu. Orang yang bernalar dan berpikir secara analitis cenderung memperhatikan pola, struktur, atau keteraturan dalam situasi dunia nyata dan objek simbolis; mereka bertanya apakah pola-pola itu tidak disengaja atau terjadi karena suatu alasan; dan mereka berspekulasi dan membuktikan (NCTM, 2000: 56). Artinya dalam menyelesaikan permasalahan membutuhkan logika matematis dalam mengidentifikasi masalah, merencanakan penyelesaian, menggunakan konsep yang sesuai untuk menjawab permasalahan tersebut. Matematika dekat dengan keterampilan penalaran (Habsah, 2017: 43). Penalaran dan matematika tidak dapat dipisahkan satu sama lain karena dalam menyelesaikan masalah matematika membutuhkan penalaran sedangkan kemampuan penalaran dapat dilatih dengan belajar matematika (Kusumawardani et al, 2018: 49). Penalaran matematika diperlukan untuk menentukan apakah sebuah argumen matematika benar atau salah, dan dipakai untuk membangun suatu argumen matematika (Fauziah et al, 2017: 31). Perumusan masalah yang layak secara matematis dari situasi nyata terjadi melalui pembuatan asumsi dan mengidentifikasi fitur penting untuk mengatasi masalah dunia nyata yang harus diajukan (Geiger et al, 2018: 11). Pada akhirnya penalaran secara matematis adalah kebiasaan pikiran, dan seperti semua kebiasaan, itu harus dikembangkan melalui penggunaan yang konsisten dalam banyak konteks (NCTM, 2000: 56). Sumarmo (2014: 3) menggolongkan penalaran matematik dalam dua jenis yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran induktif adalah penarikan kesimpulan berdasarkan data yang teramati. Beberapa jenis penalaran induktif adalah: 1) transduktif, penerapan kasus atau sifat khusus yang satu pada kasus khusus lainnya; 2) analogi, penarikan kesimpulan berdasarkan kesempatan data atau proses; 3) generalisasi, penarikan kesimpulan umum berdasarkan sejumlah data yang teramati; 4) memperkirakan jawaban, solusi atau kecenderungan (interpolasi dan ekstrapolasi); 5) memberi penjelasan terhadap model, fakta, sifat, hubungan, atau pola yang ada; 6) menggunakan pola hubungan, menganalisa dan mensintesa beberapa kasus, dan menyusun konjektur. Penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan berdasarkan aturan yang disepakati. Beberapa jenis penalaran deduktif diantaranya adalah: 1) melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan atau rumus tertentu; 2) menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, melakukan analisa dan sintesa beberapa kasus; 3) menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung dan pembuktian dengan induksi matematika. Wardhani (2008) menjelaskan teknis Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004 tentang rapor pernah diuraikan bahwa indikator peserta didik memiliki kemampuan dalam penalaran adalah mampu: 1) mengajukan dugaan; 2) melakukan manipulasi matematika, 3) menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi, 4) menarik kesimpulan dari pernyataan, 5) memeriksa kesahihan suatu argumen, 6) menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Project Based Learning (PjBL) adalah metode pengajaran di mana peserta didik mendapatkan pengetahuan dan keterampilan dengan bekerja untuk jangka waktu tertentu untuk menyelidiki dan menanggapi pertanyaan, masalah, atau tantangan yang otentik, menarik, dan kompleks (Buck Institute for Education). Hal serupa ditegaskan pula dalam George Lucas Foundation bahwa pembelajaran berbasis proyek adalah pendekatan kelas dinamis di mana peserta didik secara aktif mengeksplorasi masalah dan tantangan dunia nyata dan memperoleh pengetahuan yang lebih dalam. *PjBL* merupakan model pembelajaran proyek yang diawali dengan masalah dan mengarah pada produk akhir yang dihasilkan peserta didik melalui kerja sama dan partisipasi aktif dalam proses pembelajaran dengan tujuan membentuk peserta didik secara keseluruhan (Muskania & Wilujeng, 2017: 36). Dalam melaksanakan pembelajaran berbasis proyek, guru harus merancang suasana belajar dengan aturan sehingga peserta didik dapat mengalami situasi nyata dengan masalah nyata, termasuk pemahaman materi pada topik

tertentu dari subjek, dan menyelesaikan tugas bermakna lainnya (Guawan et al, 2017: 168). Pembelajaran berbasis proyek menggunakan prinsip *learning by doing*, yang merupakan proses belajar dengan melakukan tindakan tertentu (Hernawati et al: 2018: 2476). Pembelajaran proyek berisi tugas yang berasal dari pernyataan dasar yang diproses dengan proses pencarian atau penyelidikan dan penemuan, sehingga peserta didik mendapatkan pengetahuan lengkap (Febriana, 2017: 374). *PjBL* dirancang untuk digunakan pada permasalahan kompleks yang memerlukan investigasi peserta didik untuk memahaminya. (Wicaksana et al, 2018: 169). Pengambilan keputusan dalam proyek menjadi praktek untuk pengambilan keputusan di kemudian hari dan membantu peserta didik mengembangkan keterampilan penalaran dan argumentasi yang akan mereka butuhkan dan gunakan sebagai pekerja, warga negara dan dalam kehidupan pribadi mereka (Mergendoller, 2016). Pendekatan ini telah terbukti lebih baik dalam mendukung penyelesaian masalah yang fleksibel, keterampilan penalaran, dan menghasilkan hipotesis yang akurat dan penjelasan yang koheren (Barron & Hammond, 2008). Peserta didik dengan *PjBL* menganggap lebih dari satu sisi permasalahan, menggunakan penalaran yang lebih komprehensif, dan lebih sering mengevaluasi pentingnya asumsi yang mendasari pengambilan keputusan mereka (Mergendoller, 2016). Mariani & Fatmawati (2018) mendeskripsikan Karakteristik dari *PjBL* yang terdapat dalam Kurikulum 2013, yaitu: 1) peserta didik membuat keputusan tentang sebuah kerangka kerja, 2) adanya permasalahan atau tantangan yang diajukan kepada peserta didik, 3) peserta didik mendesain proses untuk menentukan solusi atas permasalahan atau tantangan yang diajukan, 4) peserta didik secara kolaboratif bertanggungjawab untuk mengakses dan mengelola informasi untuk memecahkan masalah, 5) proses evaluasi dijalankan secara kontinu, 6) peserta didik secara berkala melakukan refleksi atas aktivitas yang sudah dijalankan, 7) produk akhir aktivitas belajar akan dievaluasi secara kualitatif, dan 8) situasi pembelajaran sangat toleran terhadap kesalahan dan perubahan. Dilihat dari karakteristik *PjBL* bahwa ada keterkaitan dengan indikator dari kemampuan penalaran matematika, hal ini diyakini bahwa kemampuan penalaran matematika dapat dilatih dan dikembangkan dengan menggunakan model *PjBL*. Beberapa hasil penelitian: Utami (2018) Peningkatan kemampuan penalaran matematis peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Project Based Learning* lebih baik daripada peserta didik yang menggunakan model pembelajaran konvensional. Riyanti (2013) Hasil penelitian menunjukkan bahwa peserta didik yang mendapat pembelajaran matematika dengan model pembelajaran berbasis proyek pencapaian kemampuan penalaran adaptifnya lebih baik daripada peserta didik yang mendapat pembelajaran matematika dengan model pembelajaran konvensional. Purnamasari (2015) hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan metode *Project Based Learning* dapat meningkatkan kemampuan penalaran matematika peserta didik. Velarina (2015) menyatakan bahwa terdapat peningkatan kemampuan penalaran adaptif peserta didik yang mendapat pembelajaran dengan model *Project Based Learning* lebih tinggi daripada peserta didik yang mendapat pembelajaran dengan model konvensional. Satrianawati (2015) Hasil penelitian menunjukkan bahwa model *Problem Based Learning* dan *Project Based Learning* lebih berpengaruh positif dan signifikan terhadap kemampuan penalaran dan sikap peserta didik pada matematika daripada pendekatan matematika realistik. Muntaha (2016) hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan penalaran dan komunikasi matematika peserta didik yang menggunakan model pembelajaran demonstrasi berbasis *Project Based Learning* lebih baik dari pada menggunakan model pembelajaran konvensional.

Math Trail adalah perjalanan untuk menemukan matematika (Shoaf et al, 2004:6). Gujarnov et al (2016) menjelaskan bahwa *Math Trail* merupakan serangkaian tugas matematika di luar kelas pada jarak tempuh tertentu dengan berjalan kaki. Pejalan kaki mengeksplorasi matematika dengan mengikuti rute yang direncanakan dan menyelesaikan tugas-tugas luar

ruangan matematika yang terkait dengan apa yang mereka temui di sepanjang jalur (Cahyono & Ludwig, 2016: 1). *Math Trail* berorientasi pada pemecahan masalah matematika di luar ruangan yang bersifat otentik. Penggunaan lingkungan sebagai lingkungan kelas dapat menumbuhkan sikap positif dan motivasi tambahan untuk studi matematika, yang memungkinkan peserta didik untuk menyadari penerapan matematika (Barbosa & Vale, 2016: 66). Komponen utama perkembangan matematika peserta didik adalah kemampuan untuk menerapkan pembelajaran mereka pada konteks dunia nyata (English et al, 2010: 403). Dengan memberikan kesempatan untuk melakukan matematika di luar sekolah, proyek-proyek ini memberikan banyak waktu bagi peserta didik untuk menggunakan matematika dan memikirkan masalah matematika (Shoaf et al, 2004: 7). *Math Trail* membuat matematika menjadi hidup untuk peserta didik dengan melibatkan mereka secara kognitif, fisik, dan emosional (English et al, 2010: 403). Shoaf (2004: 8) mendeskripsikan karakteristik dari *Math Trail* sebagai berikut: 1) *Math Trail are for everyone*; 2) *Math trails are cooperative, not competitive*; 3) *Math trails are self-directed*; 4) *Math trails are voluntary*; 5) *Math trails are opportunistic*; 6) *Math trails are temporary*. Shoaf (2004) menjelaskan bahwa *Math Trail* adalah sarana untuk memfasilitasi matematika yang terdapat pada NCTM (2000) yakni: karakteristik matematika sebagai komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah. Dalam *Math Trail*, peserta didik dapat secara bersamaan memecahkan masalah matematika yang dihadapi di sepanjang perjalanan, membuat koneksi, mengkomunikasikan ide dan mendiskusikannya dengan rekan tim mereka dan menggunakan penalaran dan keterampilan mereka dalam pemecahan masalah (Cahyono, 2018: 1). Hasil penelitian Fesakis et al (2018) bahwa *Math Trail* memiliki dampak positif pada pembelajaran peserta didik dan berkontribusi pada transfer pengetahuan sekolah ke situasi otentik. Barbosa & Vale (2016) mendeskripsikan bahwa secara keseluruhan dapat dikatakan bahwa dengan *Math Trail* peserta didik telah sangat terlibat dan bersedia untuk mengatasi kesulitan yang mereka hadapi, melihat keuntungan dari karya ini alami dalam mengatasi matematika yang signifikan dan memotivasi. Gambaran konsep dari *Math Trail* di sajikan dalam gambar berikut:





Sumber: Zender & Ludwig (2016)

Gambar 1. Pengalaman Peserta didik dalam Math Trail.

Pada Gambar 1. menjelaskan bahwa peserta didik membawa pengetahuan mereka di sekolah untuk di terapkan pada permasalahan otentik di luar ruangan. Mereka bertindak secara kolaboratif untuk menggunakan pengetahuan yang dipunyai untuk menyelesaikan permasalahan matematika yang mereka jumpai. Mengidentifikasi masalah, membuat pemodelan matematika, selanjutnya menentukan langkah penyelesaian. Kemudian mengklarifikasi hasil penyelesaian yang mereka dapatkan.

MathCityMap dikembangkan di Goethe-University of Frankfurt dengan mengkombinasikan konsep *Math Trail* tradisional dengan penggunaan teknologi (Gujarnov & Ludwig, 2017). Pendekatan kami adalah untuk membawa Math Trail ke abad 21, dengan merancang *platform online* dan kemungkinan untuk menggunakan aplikasi seluler (Zender & Ludwig, 2016). Proyek *MathCityMap* adalah proyek *Math Trail* yang dilaksanakan di sekitar kota yang difasilitasi oleh penggunaan aplikasi telepon seluler atau panduan manual (Cahyono & Ludwig, 2016). Fesakis et al (2018) menyatakan bahwa *Math Trail* dan penggunaan tablet atau telepon seluler dapat berkontribusi pada penguatan pengetahuan konsep matematika. Dengan merancang tugas-tugas untuk *Math Trail*, dimulai dengan masalah dunia nyata, dimana peserta didik harus menterjemahkan masalah itu ke dalam bentuk matematika untuk menyelesaikannya, dan kemudian menterjemahkan kembali hasil mereka ke dunia nyata dan menafsirkan solusi mereka (Zender & Ludwig, 2016). Proyek *MathCityMap* dibagi menjadi dua bagian, yaitu portal web (www.mathcitymap.eu) dan aplikasi *MathCityMap* yang dapat di download melalui portal web atau dari *google play* dan *app store*. Cahyono et al (2015) menjelaskan panduan dari Proyek *MathCityMap* sebagai berikut: Guru matematika merancang *Math Trail* yang berisi tugas, yang disebut *MathCityMap-Tasks*, berdasarkan berbagai topik dan tempat. Mereka menghubungkan tugas ke koordinat GPS dan mengunggahnya ke *MathCityMap-Portal*, di mana peserta didik dapat mengaksesnya melalui aplikasi *MathCityMap*. Selanjutnya peserta didik menyelesaikan *Math Trail* menggunakan *MathCityMap-App*, yang menunjukkan koordinat lokasi tugas, rute ke lokasi, alat yang dibutuhkan untuk memecahkan masalah di tempat, dan petunjuk tentang permintaan penyelesaian tugas. Setelah memasukkan jawaban mereka, peserta didik menerima umpan balik langsung dari sistem. *MathCityMap* menawarkan tugas-tugas matematika pada objek kehidupan nyata di mana pengguna dapat mempraktekkan keahliannya (Gujarnov & Ludwig, 2017). Dalam Proyek *MathCityMap*, peserta didik mengalami matematika melalui komunikasi, koneksi, penalaran, dan penyelesaian masalah (Cahyono et al (2015). Hasil penelitian Cahyono (2018) menyatakan bahwa beberapa fitur yang ditawarkan dalam *MathCityMap* sesuai dengan konsep *Math Trail* dan berperan dalam memandu peserta didik dalam melakukan kegiatan *Math Trail*.

Syntax Pembelajaran *Math Trail Project* berbantuan *MathCityMap* mengacu pada tahapan *PjBL* yang dikemukakan oleh Lestari & Yudhanegara (2015) dan Maryani & Fatmawati (2018) sebagai berikut: Fase Perencanaan Proyek. Pada fase ini peserta didik melakukan identifikasi terhadap permasalahan yang akan di dapatkan, merumuskan strategi penyelesaian, serta melakukan perencanaan. Tahapan pada fase perencanaan diawali dengan tahap praprojek. Pada tahap ini guru merancang deskripsi proyek yang akan dilaksanakan oleh peserta didik, meletakkan batu pijakan proyek, menyiapkan media dan berbagai sumber belajar, dan menyiapkan kondisi pembelajaran. Kemudian guru menyiapkan tugas-tugas mengenai permasalahan matematika secara otentik di lingkungan sekitar yang akan dijadikan tugas dalam *Math Trail Project*, dengan melakukan investigasi ke beberapa lokasi yang akan di jadikan sebagai permasalahan dalam *Math Trail*, pengambilan data, tahap penyelesaian, intruksi dan sebagainya sesuai dengan panduan dalam *MathCityMap* yang nantinya akan diupload ke portal www.mathcitymap.eu, dan membagikan kode *MathCityMap* project kepada tiap kelompok. Pengaturan lokasi dan permasalahan matematika yang disesuaikan dengan tingkat kompetensi yang akan dicapai, seperti geometri, aritmetika sosial, ethnomatematik dan sebagainya. Selanjutnya membagi peserta didik dalam kelompok-kelompok kecil beranggotakan 3-4 orang. Fase Pelaksanaan Proyek. Tahap pelaksanaan meliputi pembimbingan peserta didik dalam penyelesaian tugas, melakukan pengujian produk, dan presentasi kelompok. Pada fase ini di bagi menjadi beberapa tahap, yaitu: 1) tahap identifikasi masalah. Peserta didik melakukan pengamatan terhadap objek tertentu yang telah diberikan oleh guru pada *MathCityMap-App* sesuai dengan kode yang mereka dapatkan. Berdasarkan hasil pengamatan, peserta didik mengidentifikasi masalah dan membuat rumusan masalah dalam bentuk pertanyaan. 2) tahap pembuatan desain dan jadwal pelaksanaan proyek. Pada tahap ini peserta didik secara kolaboratif membuat perencanaan, apa saja yang harus mereka siapkan untuk menyelesaikan masalah yang telah mereka identifikasi. 3) tahap pelaksanaan. Pada tahap ini setiap kelompok melakukan eksplorasi yang telah di sediakan di *MathCityMap-App*, setiap anggota kelompok berkolaborasi menyelesaikan tugas-tugas pada aplikasi tersebut. 4) tahap penyusunan hasil proyek. Setiap kelompok menyusun hasil eksplorasi *Math Trail* mereka dalam bentuk portofolio dengan memberikan penjelasan dengan tugas-tugas yang mereka dapatkan. 5) tahap presentasi. Tahap ini merupakan tahap terakhir fase proses pelaksanaan. Pada tahap ini portofolio hasil penyusunan tiap kelompok dipresentasikan atau dipublikasikan dalam bentuk diskusi kelas. Pertanyaan, kritik, dan saran dari peserta didik lain akan menjadi bahan revisi pada portofolio masing-masing kelompok. Fase Evaluasi Proyek. Tahap evaluasi meliputi penilaian proses dan produk yang meliputi: kemajuan belajar proyek, proses aktual dari penyelesaian masalah, kemajuan kinerja tim dan individual, buku catatan dan catatan proyek, kontrak belajar, penggunaan teknologi, dan refleksi. Sedangkan penilaian produk seperti dalam hal: hasil kerja dan presentasi, tugas-tugas non tulis, dan laporan proyek. Pada tahap ini guru memberikan penilaian, penguatan, masukan, saran dan perbaikan atas hasil portofolio yang telah dihasilkan peserta didik. Guru dapat mempublikasikan hasil proyek peserta didik pada media publikasi sekolah dengan tujuan untuk memberikan motivasi bagi peserta didik sehingga mereka akan lebih termotivasi dalam belajar.

Kesimpulan dan Saran

Dari keseluruhan deskripsi di atas, penulis percaya bahwa model pembelajaran *PjBL* dengan teknik *Math Trail* berbantuan aplikasi *MathCityMap* dapat memberikan kegiatan pembelajaran aktif, meningkatkan kemampuan pemecahan masalah, meningkatkan sikap positif terhadap matematika, dan meningkatkan kemampuan penalaran matematika peserta didik. Keyakinan ini didasarkan pada kajian literatur, yang dapat disimpulkan bahwa: (1) kegiatan pembelajaran pada model pembelajaran *PjBL*

dengan *Math Trail* berbantuan *MathCityMap* telah disusun secara cukup rinci, baik secara keseluruhan maupun kegiatan pada masing-masing tahapan dan fase yang saling berkaitan dengan indikator kemampuan penalaran dan karakteristik dari *PjBL*; (2) proses pembelajaran dimulai dari penguatan ke prasyarat atau materi sebelumnya; (3) kegiatan inti dirancang dan dimungkinkan peserta didik aktif menggunakan kemampuan penalaran matematikanya; (4) Model pembelajaran *PjBL* dengan *Math Trail* berbantuan *MathCityMap* mendorong peserta didik untuk bekerja dan memikirkan apa yang mereka lakukan; dan (5) model pembelajaran *PjBL* dengan *Math Trail* berbantuan *MathCityMap* yang bernuansakan pengajaran konstruktivis yang mencari para pembelajar membangun dengan antusias pengetahuan mereka sendiri. Untuk penelitian lebih lanjut, ide-ide konseptual ini dapat diterapkan di kelas dan dikembangkan melalui penelitian.

Daftar Pustaka

- [1] Amin, I., & Mariani, S. (2017). PME Learning Model : The Conceptual Theoretical Study Of Metacognition Learning In Mathematics Problem Solving Based On Constructivism. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 12(3), 333-352.
- [2] Barbosa, A., & Vale, I. (2016). Math Trails: Meaningful Mathematics Outside the Classroom With Pre-Service Teachers. *Journal Of The European Teacher Education Network*, 11, 63-72.
- [3] Barron, B. & Darling-Hammond, L. (2008). *Powerful Learning: Studies Show Deep Understanding Derives from Collaborative Methods*. (<https://www.edutopia.org/inquiry-project-learning-research>, diakses 8 Oktober 2018).
- [4] Buck Institute for Education. (http://www.bie.org/about/what_pbl, diakses 8 Oktober 2018).
- [5] Cahyono, A. N. (2018). *Learning Mathematics in a Mobile App-Supported Math Trail Environment*. New York: Springer.
- [6] Cahyono, A. N. & Ludwig, M. (2016). MathCityMap: Exploring Mathematics Around The City. *In 13th International Congress on Mathematics Education (ICME-13)*. Hamburg.
- [7] Cahyono, A. N., Ludwig, M., & Marée, S. (2015). Designing mathematical outdoor tasks for the implementation of The MathCityMap-Project in Indonesia. In Vistro-Yu, C. (Ed.). *In pursuit of quality mathematics education for all: Proceedings of the 7th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, p. 151-158. Quezon City: Philippine Council of Mathematics Teacher Educators (MATHTED).
- [8] Cahyono, A. N., & Miftahudin, M. (2018). Mobile technology in a mathematics trail program: how does it works?. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 7(1), 24-30.
- [9] Dewi, N., & Kusumah, Y. (2017). Implementation of Brain-Based Learning Web-Assisted to Improve Students Mathematical Reasoning. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 6(1), 128-133.
- [10] English, L. D., Humble, S., & Barnes, V. E. (2010). *Trail Blazer*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- [11] Fauziah, I., Mariani, S., & Isnarto, I. (2017). Kemampuan Penalaran Geometris Peserta didik pada Pembelajaran RME dengan Penekanan Hands on Activity Berdasarkan Aktivitas Belajar. *Unnes Journal of Mathematics Education Research*, 6(1), 30-37.
- [12] Febriana, R. (2017). The Effectiveness of Project Based Learning on Students' Social Attitude and Learning Outcomes. *Jurnal Pendidikan Teknologi dan Kejuruan*, 23(4), 374-382.
- [13] Fesakis, G., Karta, P., & Kozas, K. (2018). Designing Math Trails for Enhanced by Mobile Learning Realistic Mathematics Education in Primary Education. *International Journal of Engineering Pedagogy*, 8(2), 49-63.
- [14] Geiger, V., Stillman, G., Brown, J. et al. (2018). Using Mathematics to Solve Real World Problems: The Role of Enablers. *Mathematics Education Research Journal*, 30 (1), 7-19.
- [15] George Lucas Educationl Foundation. (<https://www.edutopia.org/project-based-learning>, diakses 8 Oktober 2018).
- [16] Gurjanow, I. & Ludwig, M. (2017). Gamifying Math Trails with the MathCityMap app: Impact of Points and Leaderboard on Intrinsic Motivation. In: Aldon, G. & Trgalova, J. (Eds.): *Proceedings*

- of the 13th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT 13), 105-112, Lyon, France, 2017
- [17] Gurjanow, I., Ludwig, M. & Zender, J. (2016). Why do in-service teachers and student teachers use MathCityMap and why don't - A short survey on acceptance and user behavior of MathCityMap. *Accepted to be presented at 10th Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 10)*, Dublin (Ireland), 01-05 February 2017.
- [18] Gunawan, G., Sahidu, H., Harjono, A., & Suranti, N. (2017). The Effect of Project Based Learning With Virtual Media Assistance on Student's Creativity in Physics. *Jurnal Cakrawala Pendidikan*, 36(2), 167 – 179.
- [19] Habsah, F. S. (2017). Developing Teaching Material Based on Realistic Mathematics and Oriented to the Mathematical Reasoning and Mathematical Communication. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 4 (1), 43-55.
- [20] Hernawati, D., Amin, M., Irawati, M., Indriwati, et al (2018). Integration of Project Activity to Enhance the Scientific Process Skill and Self-Efficacy in Zoology of Vertebrate Teaching and Learning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(6), 2475-2485
- [21] Kusumawardani, D., Isnarto, I., & Junaedi, I. (2018). Mathematical Reasoning Based on Belief in PBL with Dyadic Interaction Approach. *Unnes Journal of Mathematics Education Research*, 7(1), 48-53.
- [22] Lestari, K. E. & Yudhanegara, M. R. (2015). *Penelitian Pendidikan Matematika*. Bandung: Refika Aditama.
- [23] Maryani, I. & Fatmawati, L. (2018). *Pendekatan Scientific dalam Pembelajaran di Sekolah Dasar. Teori dan Praktik*. Yogyakarta: Deepublish.
- [24] Mergendoller, J. R. (2016). *Research Brief: PBL Helps Students Become Better Decision Makers*. (https://www.bie.org/blog/research_brief_pbl_helps_students_become_better_decision_makers, diakses 8 Oktober 2018).
- [25] Mujiasih, Waluya, S.B., Kartono, & Mariani, S. (2018). Growing Geometric Reasoning in Solving Problems of Analytical Geometry Through the Mathematical Communication Problems to State Islamic University Students, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol 983, Conference 1.
- [26] Muntaha, M. (2016). *Efektivitas Model Pembelajaran Demonstrasi Berbasis Project Based Learning Terhadap Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematika Peserta didik Materi Bangun Ruang Sisi Datar Kelas VIII*. Skripsi, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Semarang: Universitas Muhammadiyah Semarang.
- [27] Muskania, R. T., & Wilujeng, I. (2017). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Project-Based Learning Untuk Membekali Foundational Knowledge Dan Meningkatkan Scientific Literacy. *Jurnal Cakrawala Pendidikan*, 36(1), 34-43.
- [28] National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- [29] Purnamasari. (2015). *Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematika Melalui Metode Project Based Learning Bagi Peserta didik Kelas VII H Semester Genap MTS Negeri Surakarta II*. Skripsi, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan. Surakarta: Universitas Muhammadiyah Surakarta.
- [30] Riyanti. (2013). *Penerapan Model Pembelajaran Berbasis Proyek (Project Based Learning) untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Adaptif Peserta didik SMP*. Skripsi, Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- [31] Satrianawati. (2015). *Pengaruh Penggunaan Model Problem-Based Learning dan Project-Based Learning terhadap Kemampuan Penalaran dan Sikap Peserta didik pada Matematika di Kelas IV SD Kanisius Demangan Baru 1 Yogyakarta dalam Implementasi Kurikulum 2013*. Thesis, Program Pascasarjana. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- [32] Shoaf, M. M., Pollak, H. & Schneider, J. (2004). *Math Trails*. Lexington, MA: The Consortium for Mathematics and its Applications (COMAP).
- [33] Sumarmo, U. (2014). *Pengembangan Hardskill dan Softskill Matematik Bagi Guru dan Peserta didik untuk Mendukung Implementasi Kurikulum 2013*. Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika. Implementasi Kurikulum 2013 Melalui Inovasi Pembelajaran Matematika Untuk

- Menunjang Optimalnya Hardskill dan Softskill Peserta didik: 1-14. Bandung, 15 Januari 2014: STKIP Siliwangi Bandung.
- [34] Utami, A., A., Y. (2018). *Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis dan Self-Regulated Learning Peserta didik SMP Melalui Model Pembelajaran Project-Based Learning*. Skripsi, Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan. Bandung: Universitas Pasundan.
- [35] Velerina, Y. (2015). *Peningkatan Kemampuan Penalaran Adaptif Peserta didik SMP Melalui Model Project-Based Learning*. Skripsi, Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- [36] Yumiati & Noviyanti, M. (2017). Abilities of Reasoning and Mathematics Representation on Guided Inquiry Learning. *Journal of Education and Learning*, 11 (3), 283-290.
- [37] Wardhani, S. (2008). *Analisis SI dan SKL Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs untuk Optimalisasi Tujuan Mata Pelajaran Matematika*. Yogyakarta: Pusat Pengembangan Dan Pemberdayaan Pendidik Dan Tenaga Kependidikan Matematika.
- [38] Wicaksana, Y., Wardono, & Ridlo, S. (2018). Analisis Kemampuan Literasi Matematika dan Karakter Rasa Ingin Tahu Peserta didik pada Pembelajaran Berbasis Proyek Berbantuan Schoology. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1, 416-425.
- [39] Widodo, A., Saptarani, D., Riandi, & Rochintaniawati, D. (2017). Development of Students' Informal Reasoning across School Level. *Journal of Education and Learning*, 11 (3), 273-282.
- [40] Zender, J. & Ludwig, M. (2016). *MathCityMap (MCM): From Paper To Smartphone – A New Approach Of An Old Concept* –. Presented at 13th International Congress on Mathematics Education (ICME-13), Hamburg (Germany), 24-31 July 2016.

Ucapan terima kasih

Ucapan terima kasih sebesar kepada Dr. rer. nat. Adi Nur Cahyono, M.Pd. dan Dr. Scolastika Mariani, M.Si., selaku Dosen Pembimbing di Universitas Negeri Semarang, serta rekan-rekan Rombel A3 Angkatan 2017 di Pascasarjana Universitas Negeri Semarang.