 ISBN 978-979-3812-46-5

KESALAHAN PENALARAN ANALOGI SISWA KELAS XII SMA DALAM MEMECAHKAN MASALAH NILAI MAKSIMUM

I Gede Beni Manuaba[1], Akbar Sutawidjaja[2], Hery Susanto[3]

[1]Universitas Negeri Malang, deben.manu@yahoo.co.id
[2]Universitas Negeri Malang, akbar.sutawidjaja fmipa@um.ac.id
[3]Universitas Negeri Malang, hery.susanto.fmipa@um.ac.id

Abstrak

Tujuan dari penelitian ini adalah mendeskripsikan terjadinya kesalahan penalaran analogi siswa kelas XII dalam proses pemecahan masalah baru (*target problem*) yang analog dengan masalah yang sudah pernah dipecahkan siswa (*source problem*). Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif jenis deskriptif eksploratif. Subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas XII SMA pada semester ganjil tahun pelajaran 2016/2017. Data dikumpulkan melalui tes pemecahan masalah dan wawancara. Tes terdiri dari 1 soal yang merupakan *target problem*. Data yang berupa hasil tes, hasil wawancara dan hasil rekaman dianalisis berdasarkan tahapan penalaran analogi dan 4 komponen penalaran analogi dalam proses pemecahan masalah yaitu penstrukturan (*structuring*), pemetaan (*mapping*), penerapan (*applying*), dan verifikasi (*verifying*). Hasil analisis data menunjukan bahwa kesalahan penalaran analogi siswa yang terjadi yaitu, 1) kesalahan dalam mengidentifikasi hubungan objek-objek matematika (antara masing-masing objek matematika) yang identik antara masalah sumber dan masalah taget pada komponen *mapping*, 2) kesalahan dalam menerapkan dan mengadaptasi strategi dari masalah sumber ke masalah target pada komponen *applying*, 3) kesalahan yang terjadi karena komponen *verifying* yang tidak dilakukan dan, 4) kesalahan dalam proses pemeriksaan kembali pada komponen *verifying*.

Kata kunci: kesalahan penalaran analogi, pemecahan masalah, *source problem*, *target problem*.

A. Pendahuluan

Penalaran dapat didefinisikan sebagai proses berpikir yang dilakukan secara logis dan bersifat analitis dalam upaya pemecahan masalah. Dalam kamus psikologi Chaplin (2006), nalar (*reason*) diartikan sebagai semua proses intelektual yang terlibat dalam berpikir dan upaya memecahkan masalah. Subanji (2011) menjelaskan bahwa penalaran merupakan proses berpikir yang memiliki karakteristik tertentu, yaitu dilakukan dengan pola berpikir logis atau bersifat analitis. Proses berpikir yang dilakukan secara logis berarti dilakukan dengan menggunakan logika tertentu dan proses berpikir yang bersifat analitis merupakan konsekuensi dari proses berpikir logis tersebut (Sudjadi, 2011).

Pada proses berpikir yang dilakukan secara logis, premis-premis yang berupa fakta, konsep maupun prinsip matematika akan digunakan untuk memecahkan masalah dengan mematuhi kaidah-kaidah logika. Menurut Keraf (2007), penalaran merupakan suatu proses berpikir yang berusaha mendapatkan sebuah kesimpulan atau fakta baru dengan cara menghubungkan fakta-fakta yang telah diketahui sebelumnya. Sejalan dengan pendapat Copi (1990), bahwa penalaran merupakan kegiatan atau aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru (*conclusion*) berdasarkan pada beberapa pernyataan yang diketahui benar atau yang dianggap benar (*premise*). Fakta atau kesimpulan baru yang didapatkan sebagai hasil dari penalaran adalah valid, karena proses berpikir dilakukan secara logis menggunakan premis-premis Artzt & Yaloz-Femia (dalam Sukayasa, 2009). Oleh karena itu, penalaran sangat diperlukan dalam proses pemecahan masalah.

Aktivitas penalaran perlu dilakukan di dalam pembelajaran matematika agar siswa dapat memahami konsep dan prinsip yang sudah pernah dipelajari. Nasoetion (dalam Indrayani, 2014) menyatakan bahwa salah satu manfaat aktivitas penalaran dalam pembelajaran matematika adalah membantu peningkatan kemampuan siswa, dari yang hanya mampu mengingat fakta dan aturan atau prosedur menjadi kemampuan pemahaman. Indrayani juga menambahkan bahwa, siswa berpartisipasi dalam berbagai proses penalaran untuk dapat menghasilkan dan mengkritisi representasinya sendiri, sehingga dapat memberikan kontribusi positif terhadap pemahaman konseptual dari siswa tersebut.

Salah satu jenis penalaran yang penting dikuasi oleh siswa dalam upaya pemahaman konsep-konsep matematika dan pemecahan masalah adalah penalaran analogi. Polya (1973) menyatakan bahwa penarikan kesimpulan dengan analogi adalah salah satu strategi pemecahan masalah yang paling penting dan banyak digunakan. Kemampuan untuk menemukan dan memahami kembali masalah sumber (masalah yang sudah pernah dipecahkan) yang memiliki kesesuaian struktur dengan masalah target (masalah baru yang harus dipecahkan), dapat meningkatkan kinerja pemecahan masalah (Novick dalam English, 1993). Kemampuan penalaran analogi membantu siswa menghubungkan pengetahuan matematika baru dengan pengetahuan matematika yang sudah dimiliki, sehingga dapat memfasilitasi proses pemahaman konsep-konsep matematika (Amir-Mofidi, dkk., 2012).

Penalaran analogi adalah jenis dari penalaran induktif. Penalaran induktif yang dimaksud merupakan suatu proses generalisasi sebuah prinsip atau kesimpulan berdasarkan fakta-fakta khusus yang sudah diketahui (Indrayani, 2014). Keraf (2007) membagi penalaran induktif menjadi tiga jenis, yaitu generalisasi, penalaran analogi, dan sebab akibat.

Suatu analogi merupakan hasil perbandingan dari dua hal yang berlainan dan hanya diperhatikan persamaannya saja. Polya (1973) menyatakan bahwa analogi merupakan bentuk dari kemiripan sifat atau keserupaan sifat. Analogi juga berarti membandingkan dua hal yang memiliki persamaan (Keraf, 2007). Soekadijo (2001) juga menyatakan bahwa analogi berarti membandingkan dua hal yang berlainan dengan hanya memperhatikan persamaan saja tanpa melihat perbedaan.

Analogi dapat didefinisikan sebagai proses pemetaan dari satu struktur yang sudah diketahui dan dapat disebut sebagai sumber, ke struktur lain yang akan disimpulkan atau ditemukan dan dapat disebut sebagai target. Gentner dalam English (1993) menyatakan bahwa analogi adalah pemetaan dari satu struktur yang disebut sumber ke struktur lain yang disebut target. Hubungan yang memegang unsur-unsur pada sumber, juga memegang unsur-unsur pada target. Sumber merupakan struktur yang sudah dikenal, sedangkan target adalah struktur yang harus disimpulkan atau ditemukan.

Penalaran analogi dapat didefinisikan sebagai proses berpikir dalam upaya memecahkan masalah target, yang dilakukan dengan menggunakan struktur dari masalah sumber kemudian menyesuaikannya dengan persyaratan pada masalah target tersebut. Siswa harus memahami dengan benar struktur dari masalah sumber terlebih dahulu, untuk memecahkan masalah target dengan penalaran analogi (English, 2004). Selanjutnya dengan struktur masalah sumber tersebut, siswa mengidentifikasi kesesuaian antara masalah target dengan masalah sumber (Gholson dkk., dalam English, 2004). Pada akhirnya, dengan kesesuaian tersebut, siswa mengadaptasi struktur dari masalah sumber untuk memecahkan masalah target (English, 2004).

Penalaran analogi terdiri dari empat komponen (Ruppert, 2013) yaitu penstrukturan (*structuring*), pemetaan (*mapping*), penerapan (*applying*), dan verifikasi (*verifying*). Penstrukturan adalah proses mengidentifikasi semua objek matematika yang terdapat pada masalah sumber, kemudian membangun struktur masalah sumber berdasarkan hubungan-hubungan antara masing-masing objek matematika. Pemetaan adalah proses mengidentifikasi hubungan (antara objek-objek matematika) yang identik antara masalah sumber dengan masalah target, kemudian memetakan hubungan identik tersebut dari masalah sumber ke masalah target. Penerapan adalah proses menerapkan hubungan identik tersebut untuk memecahkan masalah target. Verifikasi adalah proses memeriksa kembali kebenaran penyelesaian masalah taget.

Penalaran analogi memang sangat membantu dalam proses pemecahan masalah (English, 1993), tetapi siswa tidak mudah untuk dapat melakukan penalaran analogi dengan benar. Kesalahan penalaran analogi dapat muncul sebagai akibat dari kesalahan menerapkan informasi struktural dari konsep dan prosedur yang pernah dipelajari siswa (Pang & Dindyal, 2009). Pada hasil penelitian Pang & Dindyal (2009) ditemukan bahwa kesalahan penalaran analogi siswa terjadi karena penggunaan kesamaan yang dangkal (antara masalah sumber dengan masalah target) dalam proses pemecahan masalah target. Padahal, pada proses pemecahan masalah dengan penalaran analogi, siswa seharusnya menggunakan kesesuaian struktur masalah sumber dengan struktur masalah target (Getner dalam English, 1993; Pang & Dindyal, 2009).

Beberapa penelitian tentang kemampuan penalaran analogi (Lee, 2009; Kadir & Ulfah, 2013; Yuliani, 2013; Maarif & Rahman, 2014) dan penalaran analogi siswa dalam pembelajaran matematika (Amir-Mofidi dkk., 2012) telah dilakukan, tetapi belum sampai pada pemaparan terjadinya kesalahan penalaran analogi siswa dalam proses pemecahan masalah. Padahal, pada penelitian Pang & Dindyal (2009) ditemukan beberapa kesalahan penalaran analogi yang dilakukan oleh mahasiswa tahun kedua yang telah mempelajari matematika selama dua tahun, ketika ditugaskan untuk memecahkan beberapa masalah matematika.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini tergolong penelitian kualitatif deskriptif yang bertujuan untuk mendeskripsikan terjadinya kesalahan penalaran analogi siswa kelas XII dalam proses pemecahan masalah baru. Instrumen penelitian ini adalah peneliti sendiri yang dipandu dengan instrumen lembar tugas menyelesaikan satu masalah nilai maksimum (masalah target) dan instrumen pedoman wawancara. Penelitian ini dilaksanakan di kelas XII IPA 1 SMA Negeri 1 Tabanan pada semester gasal tahun 2016/2017. Pemilihan siswa kelas XII menjadi subjek penelitian karena di kelas XI semester genap tahun 2015/2016, siswa sudah mempelajari materi aplikasi konsep turunan dan sudah memecahkan masalah sumber yang diperlukan. Subjek dalam penelitian ini dipilih berdasarkan sampling *purposive* yaitu, subjek dipilih dengan mempertimbangkan kemampuan komunikasi, agar pengungkapan proses berpikir dapat dilakukan dengan baik. Peneliti mengambil 3 siswa sebagai subjek penelitian berdasarkan tingkat kemampuan siswa (rendah, sedang, dan tinggi), sehingga masing-masing subjek dapat mewakili dan menggambarkan kondisi yang sebenarnya di lapangan. Penetapan kategori kemampuan matematika siswa didasarkan pada hasil belajar matematika siswa dan berdasarkan rekomendasi dari guru mata pelajaran matematika.

Pada proses pemilihan subjek, siswa diminta untuk memecahkan soal tentang masalah nilai maksimum. Selanjutnya dari jawaban siswa dikelompokkan menjadi jawaban salah dan jawaban benar. Siswa yang memiliki jawaban salah dam mampu mengungkapkan proses berpikirnya dengan baik, akan dipertimbangkan menjadi subjek penelitian, karena tujuan penelitian ini untuk mengungkapkan terjadinya kesalahan penalaran analogi siswa dalam proses pemecahan masalah.

Data yang diperoleh berupa hasil tes, hasil wawancara dan hasil rekaman. Data tersebut kemudian dianalisis berdasarkan tahapan penalaran analogi yang diadaptasi dari English (2004) dan 4 komponen penalaran analogi dalam proses pemecahan masalah yang diadaptasi dari (Ruppert, 2013) yaitu, penstrukturan (*structuring*), pemetaan (*mapping*), penerapan (*applying*), dan verifikasi (*verifying*). Triangulasi dilakukan dengan membandingkan data yang diperoleh dari hasil tes dan hasil wawancara, dengan data yang diperoleh dari hasil rekaman.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Penelitian ini mendeskripsikan terjadinya kesalahan penalaran analogi siswa dalam proses pemecahan masalah target (masalah nilai maksimum yang belum pernah dipecahkan sebelumnya). Pemaparan terjadinya kesalahan penalaran analogi siswa dalam proses pemecahan masalah dilakukan berdasarkan proses berpikir dari masing-masing subjek penelitian. 3 subjek penelitian tersebut, yaitu subjek 1 (S1) adalah siswa yang berkemampuan rendah, subjek 2 (S2) siswa yang berkemampuan sedang, dan subjek 3 (S3) siswa yang berkemampuan tinggi.

Deskripsi Proses Berpikir S1 ketika Mengerjakan Masalah Target

S1 dapat melakukan penstrukturan dengan benar. Hasil wawancara pada Kotak 1 menunjukan bahwa S1 sudah memahami prosedur pemecahan masalah sumber. Sehingga dapat dinyatakan bahwa, S1 sudah melakukan proses memahami kembali struktur dari masalah sumber, sesuai dengan pernyataan Ruppert (2013) dan English (2004).

P : Data apa saja yang diberikan pada soal?
S1 : Tinggi kerucut, jari-jarinya dan yang ingin dimasukan ke dalam kerucut adalah tabung
P : Besaran apa saja yang ditanyakan?
S1 : Volume tabung maksimum agar dapat dimasukan ke dalam kerucut, juga jari-jari dan tinggi tabung pada saat itu
P : Apakah data itu, cukup untuk menentukan semua besaran yang dicari?
S1 : menurut saya cukup, Pak. soal yang mirip, pernah saya kerjakan dan dibahas di kelas, soal mencari panjang dan lebar persegi panjang ketika luasnya maksimum
P : Bagaimana langkah-langkah penyelesaian soal tentang luas maksimum itu?
S1 : rumus luas harus diubah menjadi fungsi luas dengan 1 variabel, kemudian menentukan nilai-nilai dari variabel tersebut yang mungkin…dalam bentuk selang……
P : Oke, lanjutkan!
S1 : lalu menentukan titik-titik kritis, kemudian menentukan luas maksimum dengan mensubstitusikan semua titik kritis pada fungsi luas, dan akhirnya menentukan nilai variabel yang dihilangkan sementara pada langkah awal.
P : Adakah soal lain yang mirip soal ini, yang sudah pernah kamu kerjakan sebelumnya?
S1 : Tidak ada, Pak

Kotak 1. Hasil Wawancara (1) dengan S1

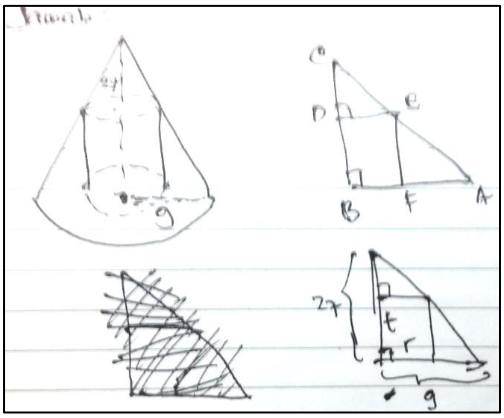
Pada tahap mengidentifikasi kesesuaian antara masalah target dengan masalah sumber, S1 mengalami kendala. Kotak 2 menunjukan bahwa S1 kesulitan menemukan ide untuk dapat menyatakan V sebagai fungsi dengan 1 variabel. Setelah peneliti memberikan beberapa perintah (Kotak 3), kemudian S1 membuat 3 ilustrasi berupa gambar (Gambar 1) dan berhasil menemukan ide yaitu, menggunakan konsep kesebangunan. S1 dapat melakukan pemetaan setelah diberikan beberapa perintah. Sehingga sesuai dengn pernyataan Ruppert (2013) dan Gholson dkk., dalam English (2004), S1 belum berhasil melakukan pemetaan atau mengidentifikasi kesesuaian antara masalah target dengan masalah sumber.

P : Kenapa hanya rumus luas yang kamu tulis?
S1 : Saya belum menemukan cara untuk mengubahnya menjadi fungsi dengan 1 variabel, Pak

Kotak 2. Hasil Wawancara (2) dengan S1

P : kamu barusan mengatakan bahwa soal ini mirip dengan soal yang pernah kamu kerjakan dan didikusikan di kelas, coba ilustrasikan itu dengan gambar!
S1 menggambar masalah sumber
S1 : Ini, Pak, diketahui ukuran tinggi dan alas segitiga ABC, yang ditanyakan ukuran persegi panjang FBDE ketika luasnya maksimum.
P : kemudian, langkah penyelesaiannya?
S1 : segitiga ABC dibuktikan sebangun dengan segitiga EDC….
P : Coba gambar segitiga ABC di sebelah gambar tabung di dalam kerucut yang sudah kamu gambar.
S1 : Sudah, Pak
P : Coba kamu perhatikan keduanya dan temukan ide dari dua gambar itu
S1 diam sejenak
S1 : Oh,…..kesebangunan

Kotak 3. Hasil Wawancara (3) dengan S1

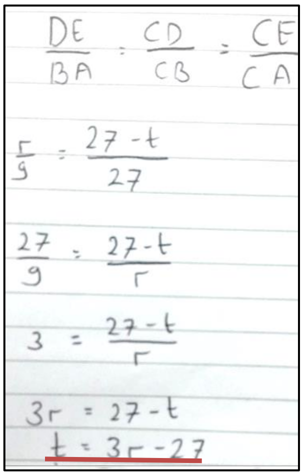


Gambar 1. Pemetaan yang Dilakukan oleh S1

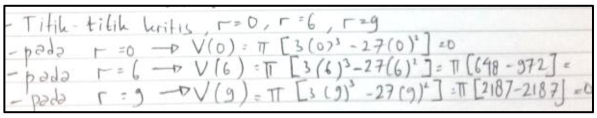
Pada komponen penerapan atau mengadaptasi struktur dari masalah sumber untuk memecahkan masalah target, S1 melakukan kesalahan dalam operasi aljabar (Gambar 2). Kesalahan tersebut mengakibatkan S1 tidak dapat menentukan volume maksimum tabung. Hasil substitusi titik-titik kritis pada persamaan $V(r)$ hanya 0 dan nilai negatif (Gambar 3). Peneliti kemudian memberikan

 ISBN 978-979-3812-46-5

perintah untuk mengecek kembali dari tahap awal pekerjaan S1. Setelah S1 mengikuti perintah tersebut (Kotak 4), volume maksimum tabung beserta ukuran r dan t dapat ditentukan dengan benar. Sehingga sesuai dengn pernyataan Ruppert (2013) dan English (2004), S1 juga belum berhasil melakukan penerapan atau mengadaptasi struktur dari masalah sumber untuk memecahkan masalah target.



Gambar 2. Kesalahan S1 dalam Operasi Aljabar



Gambar 3. $V(r)$ yang Didapatkan S1

P : Kenapa $V(6)$ tidak kamu tulis hasilnya?
S1 : Hasilnya bilangan negative, Pak. Luas tidak mungkin negatif. Hasil yang lebih besar bernilai 0, luas maksimum juga sepertinya tidak mungkin 0.
P : Menurut kamu, kenapa bisa seperti itu hasilnya?
S1 : …..(S1 terdiam)
P : Kamu sudah mengecek tiap-tiap langkah yang sudah kamu lakukan?
S1 : Belum, Pak
S1 mengecek tiap-tiap langkah dari pekerjaannya
S1 : Saya salah ketika menentukan persamaan untuk t, Pak, seharusnya $t = 27 - 3r$

Kotak 4. Hasil Wawancara (4) dengan S1

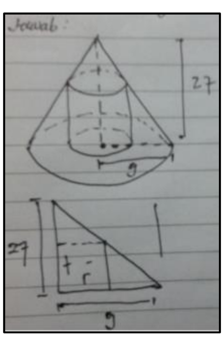
Deskripsi Proses Berpikir S2 ketika Mengerjakan Masalah Target

S2 sudah melakukan penstrukturan dengan benar. Pada Kotak 1, ditunjukan bahwa S2 sudah memahami prosedur pemecahan masalah sumber. Proses memahami dengan benar struktur dari masalah sumber (Ruppert, 2013, p.2; English, 2004), sudah dilakukan oleh S3.

P : Data apa saja yang diketahui dari soal?
S2 : Tinggi kerucut, jari-jari kerucut dan tabung tegak yang ingin dimasukan dalam kerucut
P : Besaran apa saja yang ditanyakan?
S2 : Volume tabung maksimum, juga jari-jari dan tinggi tabung
P : Apakah data yang ada, cukup untuk menentukan semua besaran yang dicari?
S2 : Ya, Pak. Soal ini mirip dengan soal minggu kemarin, soal tentang luas maksimum
P : Bagaimana langkah-langkah penyelesaian soal tentang luas maksimum itu?
S2 : Rumus luas harus diubah dulu jadi fungsi dengan satu variabel. lalu, tentukan selang nilai-nilai variabel itu yang mungkin. lalu, cari titik-titik kritis. lalu, cari luas maksimumnya dengan titik-titik kritis itu, dan terakhir cari nilai variabel yang dihilangkan sementara tadi, Pak.
P : Adakah masalah lain yang mirip dengan soal ini, yang sudah pernah kamu kerjakan sebelumnya?
S2 : Belum ada, Pak

Kotak 1. Hasil Wawancara (1) dengan S2

S2 sudah mengidentifikasi hubungan yang identik atau kesesuaian antara masalah sumber dengan masalah target (Gambar 1 dan Kotak 2), yang kemudian dipetakan ke masalah target. Aktivitas tersebut sudah sesuai dengan pernyataan Gholson dkk., dalam English (2004) dan Ruppert (2013). Hubungan identik atau kesesuaian struktur tersebut yaitu, penggunaan konsep kesebangunan. S2 dapat dinyatakan sudah melakukan pemetaan dengan benar.

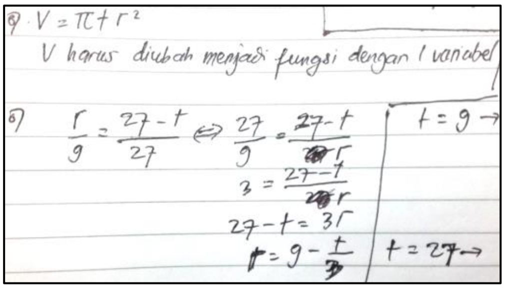


Gambar 1. Pemetaan yang Dilakukan oleh S2

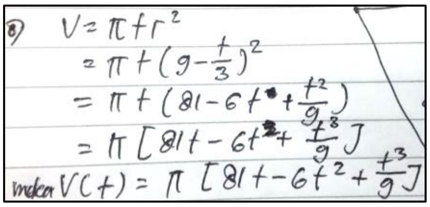
P	:	Kamu menggambar segitiga ini untuk apa? dan ada segiempat di dalamnya
S2	:	Gambar kerucut dan tabung itu saya sederhanakan, Pak. Soal ini sepertinya menggunakan cara yang sama dengan soal minggu kemarin, Pak, menggunakan kesebangunan
P	:	Bangun yang mana yang sebangun menurut kamu?
S2	:	Segitiga siku-siku besar dan segitiga kecil di dalamnya, yang atas, Pak (sambil menunjuk ilustrasi gambarnya).
P	:	Oke, kenapa segitiga itu siku-siku dan kenapa dua bangun itu menurut kamu sebangun?
S2	:	Garis yang sebagai tinggi kerucut ini tegak lurus dengan garis yang sebagai jari-jarinya, Pak. garis tinggi yang tadi dengan garis jari-jari tabung ini juga tegak lurus, Pak
P	:	Oke, lalu
S2	:	Sudut antara garis tinggi dengan sisi miring kerucut ini sama-sama dimiliki oleh kedua segitiga ini, karena dua pasang sudut bersesuaian pada dua segitiga ini sama besar, Pak, maka dua segitiga ini sebangun.

Kotak 2. Hasil Wawancara (2) dengan S2

Pada Gambar 2, S2 menggunakan konsep kesebangunan untuk mendapatkan persamaan $r = 9 - \frac{t}{3}$ (Ruppert, 2013). Persamaan $r = 9 - \frac{t}{3}$ digunakan untuk dapat menyatakan V sebagai fungsi dari variabel t (Gambar 3). Hasil wawancara pada Kotak 3 diketahui bahwa dalam proses penentuan $V(t)$, S3 mengadaptasi proses penentuan $L(r)$ pada masalah sumber. Aktivitas S2 tersebut sesuai dengan pernyataan English (2004). Hubungan identik lainnya yaitu, teorema eksistensi nilai maksimum, kemudian digunakan S2 untuk menentukan titik-titik ekstrim. Penerapan yang dilakukan S2 masih benar sampai pada proses ini.



Gambar 2. Penggunaan Konsep Kesebangunan oleh S2

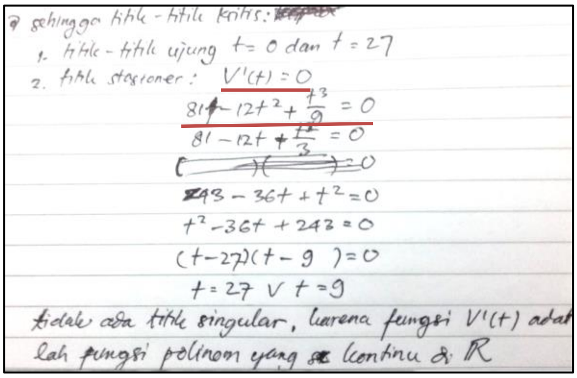


Gambar 3. Penentuan $V(t)$ oleh S2

P	:	Bagaimana cara kamu menyatakan V sebagai fungsi dari satu variabel?
S2	:	dengan cara soal kemarin, Pak, dengan mensubstitusikan $a = 9 - \frac{t}{3}$ pada rumus volume

Kotak 3. Hasil Wawancara (3) dengan S2

Kesalahan dilakukan oleh S2 pada penerapan teorema titik kritis. Titik stasioner yang diperoleh memang benar, tetapi terdapat kesalahan pada tahap awal penentuan titik stasioner (Gambar 4). S2 menuliskan $V'(t) = 0 \Leftrightarrow 81t - 12t^2 + \frac{t^3}{9} = 0$. Kedua persamaan tersebut jelas tidak ekuivalen karena $V'(t) \neq 81t - 12t^2 + \frac{t^3}{9}$. Sehingga, berdasarkan pernyataan Ruppert (2013, p.2) dapat dinyatakan bahwa S2 sudah melakukan kesalahan pada konponen penerapan.

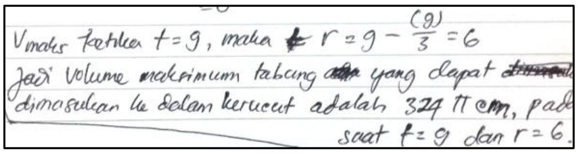


Gambar 4. Penentuan Titik-titik Kritis oleh S2

S2 melakukan kesalahan kembali dalam penulisan kesimpulan dari jawaban akhir yang

 ISBN 978-979-3812-46-5

telah diperoleh. S2 menuliskan volume maksimum tabung 324πcm, padahal seharusnya ditulis $324\pi \text{cm}^3$. Ukuran t dan r yang diperoleh juga tidak ditulis dengan satuan yang benar (Gambar 5).


Vmaks ketika $t=9$, maka $r = 9 - \frac{(9)}{3} = 6$
Jadi volume maksimum tabung yang dapat dimasukan ke dalam kerucut adalah 324π cm, pada saat $t=9$ dan $r=6$.

Gambar 5. Kesimpulan dari Jawaban Akhir S2

Penstrukturan dan pemetaan sudah berhasil dilakukan oleh S2, namun S2 melakukan kesalahan dalam komponen penerapan dan tidak melakukan verifikasi. Berdasarkan hasil wawancara (Kotak 1 dan Kotak 2), S2 sudah dapat memahami kembali struktur dari masalah sumber, kemudian dapat mengidentifikasi kesesuaian antara masalah target dengan masalah sumber. Kesalahan S2 pada komponen penerapan dapat terjadi karena S2 tidak melakukan verifikasi. Kotak 4 menunjukan bahwa setelah S2 melakukan verifikasi pada tiap-tiap langkah dari hasil pekerjaannya, S2 mampu memperbaiki dua kesalahan yang sudah dijelaskan di atas. Tetapi, S2 tetap tidak bisa melakukan verifikasi pada jawaban akhir yang diperoleh.

P : Kamu yakin dengan jawaban dan kesimpulan akhir kamu?
S2 : Yakin, Pak.
P : Kenapa kamu bisa yakin?
S2 : …..(S2 terdiam sejenak)
P : Kamu sudah mengecek tiap tahap pada pekerjaan kamu?
S2 : Oh iya, Pak
S2 kemudian mengecek tiap langkah pada hasil pekerjaannya.
P : Apa ada tahap yang salah?
S2 : ada, Pak, pada proses penentuan titik stasioner dan satuan volume dan panjang yang tidak saya tulis dengan benar.
P : Baik, sekarang apa kamu yakin dengan jawaban dan kesimpulan akhir kamu?
S2 : Yakin, Pak
P : Bagaimana cara kamu membuktikan bahwa volume maksimum tabung beserta ukuran t dan r yang kamu peroleh sudah benar?
S2 : …..(terdiam sejenak), saya tidak menemukan caranya, Pak, tapi saya yakin tiap langkahnya sudah benar, Pak.

Kotak 4. Hasil Wawancara (4) dengan S2

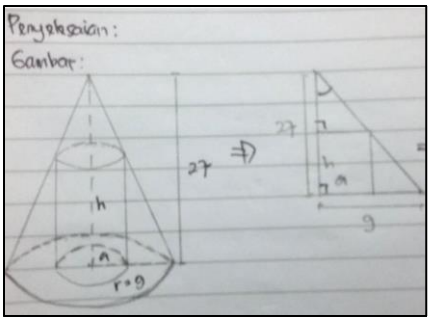
Deskripsi Proses Berpikir S3 ketika Mengerjakan Masalah Target

Penstrukturan sudah dilakukan dengan benar oleh S3. Hasil wawancara peneliti terhadap S3 (pada Kotak 1) menunjukan bahwa S3 sudah memahami prosedur pemecahan masalah sumber. Oleh karena itu, proses memahami dengan benar struktur dari masalah sumber (Ruppert, 2013 ; English, 2004), sudah dilakukan oleh S3.

P : Data apa saja yang diketahui dari soal?
S3 : Tinggi kerucut, jari-jari kerucut dan yang ingin dimasukan ke dalam kerucut adalah tabung tegak
P : Besaran apa saja yang ditanyakan?
S3 : Volume tabung maksimum beserta jari-jari dan tinggi tabung pada saat itu
P : Apakah data yang ada, cukup untuk menentukan semua besaran yang dicari?
S3 : Cukup, Pak. Saya pernah mengerjakan soal yang mirip di jadwal yang minggu kemarin, mencari panjang dan lebar persegi panjang ketika luasnya maksimum
P : Bagaimana langkah-langkah penyelesaiannya?
S3 : Pertama, rumus luas harus diubah menjadi fungsi luas dengan satu variabel. Kedua, menentukan himpunan nilai-nilai dari variabel tersebut yang mungkin…dalam bentuk interval. Ketiga, menentukan titik-titik ekstrim. Keempat, menentukan luas maksimum dengan mensubstitusikan titik-titik ekstrim pada fungsi luas, dan terakhir menentukan nilai variabel yang dihilangkan pada langkah pertama tadi, Pak.
P : Adakah masalah lain yang mirip dengan soal ini, yang sudah pernah kamu kerjakan sebelumnya?
S3 : Tidak, Pak

Kotak 1. Hasil Wawancara (1) dengan S3

Gambar 1 dan Kotak 2 menunjukan bahwa S3 sudah mengidentifikasi hubungan yang identik atau kesesuaian antara masalah sumber dengan masalah target, kemudian dipetakan ke masalah target, sesuai dengan pernyataan Gholson dkk., dalam English (2004) dan Ruppert (2013). Hubungan identik atau kesesuaian struktur tersebut yaitu, penggunaan konsep kesebangunan. Sehingga dapat dinyatakan bahwa S3 juga sudah melakukan pemetaan dengan benar.

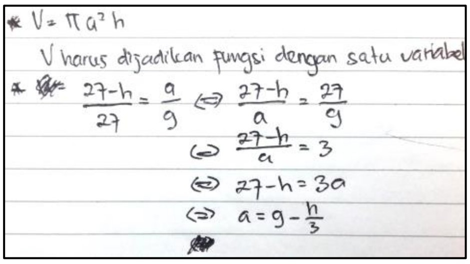


Gambar 1. Pemetaan yang Dilakukan oleh S3

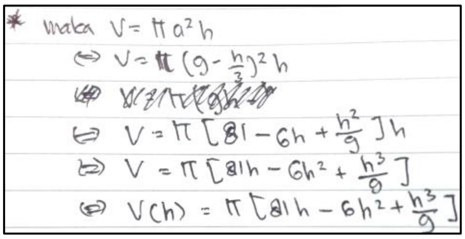
P	:	Kenapa kamu menggambar segitiga ini?
S3	:	Untuk menyederhanakan masalah, Pak, sepertinya soal ini menggunakan cara kesebangunan, sama seperti soal yang kami kerjakan dan diskusikan dengan Pak guru di jadwal minggu kemarin.
P	:	Bangun yang mana yang sebangun?
S3	:	Segitiga siku-siku ini dan segitiga kecil yang ada di dalamnya
P	:	Kenapa segitiga itu siku-siku dan kenapa dua bangun itu kamu katakana sebangun?
S3	:	Garis tinggi dengan garis jari-jari kerucut itu tegak lurus, Pak. Garis tinggi dengan garis jari-jari tabung itu juga tegak lurus, Pak (sambil memberi tanda siku-siku)
P	:	Baik, lanjutkan
S3	:	Sudut antara garis tinggi dengan sisi miring kerucut adalah sudut yang dimiliki oleh kedua segitiga ini (sambil memberi tanda pada sudut tersebut)
P	:	Jadi?
S3	:	Karena dua pasang sudut yang bersesuaian pada dua segitiga ini sama besar, Pak, maka dua segitiga ini sebangun.

Kotak 2. Hasil Wawancara (2) dengan S3

S3 kemudian melakukan penerapan dengan benar. Gambar 2 menunjukan bahwa S3 menggunakan konsep kesebangunan untuk mendapatkan persamaan $a = 9 - \frac{h}{3}$ (Ruppert, 2013, p.2). Persamaan $a = 9 - \frac{h}{3}$ kemudian digunakan untuk dapat menyatakan V sebagai fungsi dari satu variabel h (Gambar 3). Pada Kotak 3 diketahui bahwa dalam proses penentuan $V(h)$, S3 mengadaptasi proses penentuan $L(r)$ pada masalah sumber sesuai dengan pernyataan English (2004). Hubungan identik lainnya yang kemudian digunakan untuk menentukan titik-titik ekstrim yaitu, teorema eksistensi nilai maksimum dan teorema titik kritis.



Gambar 2. Penggunaan Konsep Kesebangunan oleh S3



Gambar 3. Penentuan $V(h)$ oleh S3

P	:	Bagaimana kamu dapat menyatakan V sebagai fungsi dengan satu variabel?
S3	:	seperti cara pada soal yang kemarin, Pak, dengan mensubstitusikan $a = 9 - \frac{h}{3}$ pada rumus volume

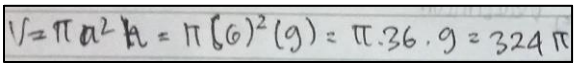
Kotak 3. Hasil Wawancara (3) dengan S3

S3 sudah melakukan penstrukturan, pemetaan dan penerapan dengan benar, tetapi melakukan kesalahan dalam verifikasi. Hasil wawancara menunjukan bahwa S3 sudah berhasil memahami struktur dari masalah sumber, mengidentifikasi kesesuaian antara masalah target dengan masalah sumber kemudian mengadaptasi struktur dari masalah sumber untuk memecahkan masalah target. S3 kemudian melakukan kesalahan dengan, membuktikan bahwa ada 1 pasang ukuran h dan a lain yang memenuhi.

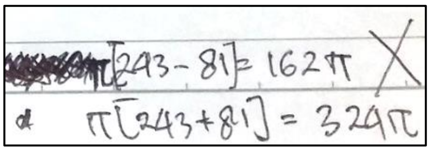
Pada Gambar 4 dan Kotak 4 ditunjukan, S3 terlebih dahulu membuktikan volume maksimum tabung dengan mensubstitusikan $h = 9$ dan $a = 6$ pada rumus volume tabung, dan didapatkan volume maksimum tabung adalah $324\pi \text{cm}^3$. Karena didapatkan volume maksimum tabung yang berbeda, S3 kemudian memperbaiki bagian yang salah pada pekerjaannya (Gambar 5). Selanjutnya, S3

 ISBN 978-979-3812-46-5

mencoba membuktikan kebenaran ukuran h dan a yang didapat. Setelah berpikir sejenak, S3 kemudian menemukan bahwa ada 1 pasang ukuran h dan a lain yang memenuhi, dengan menggunakan kosep perbandingan senilai (Gambar 6). S3 akhirnya meragukan jawaban yang diperolehnya (Kotak 4).



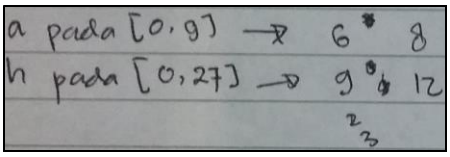
Gambar 4. Verifikasi Volume Maksimum yang Didapatkan oleh S3



Gambar 5. Perbaikan pada Hasil Pekerjaan S3

P : Kamu sudah mengecek kebenaran dari jawaban akhir kamu?
S3 : Sudah, Pak, awalnya volume maksimum yang saya dapatkan 162πcm^3, tapi setelah saya cek, volume tabung dengan $h = 9$ dan $r = 6$ adalah 324πcm^3, saya tidak teliti, jadi ada yang salah diperhitungan saya, Pak.
P : Kemudian, untuk ukuran h dan a yang kamu peroleh?,
S3 : Nah, itu yang saya ragu, Pak, ada kemungkinan h dan a yang lain, yang saya dapatkan, Pak.
P : Coba jelaskan!
S3 : a berada pada interval $[0, 9]$ dan h pada interval $[0, 27]$. Perbandingan h dan a dari yang saya dapatkan, itu 3 : 2, maka $h = 12$ dan $a = 8$ bisa memenuhi.
P : Kalau begitu, ada kemungkinan lain juga untuk volume tabung maksimum?
S3 : Oh iya….
P : Jadi, yang mana menurut kamu yang benar?
S3 : Saya rasa yang pertama, Pak, tapi saya ragu, dengan jawaban akhir saya ini…..belum bisa saya buktikan.

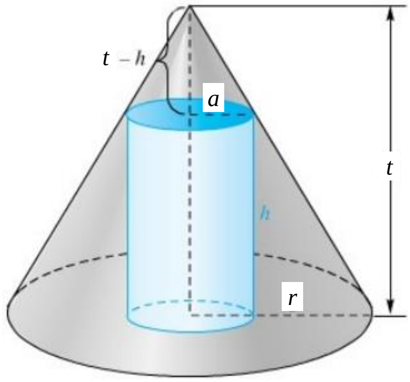
Kotak 4. Hasil Wawancara (3) dengan S3



Gambar 6. Verifikasi Ukuran h dan a oleh S3

Verifikasi seharusnya dilakukan oleh S3 dengan menggunakan persamaan $h = 27 - 3a$ yang ekuivalen dengan persamaan $a = 9 - \frac{h}{3}$, dalam proses penentuan volume maksimum tabung beserta ukuran h dan a. Hasil yang didapat oleh S3 seharusnya sama (Kotak 5). Selain itu, verifikasi juga dapat dilakukan S3 dengan mensubstitusikan ukuran h dan r pada persamaan $\frac{27-h}{27} = \frac{a}{9}$ (Kotak 6), yang sudah dibuktikan benar oleh S3 dengan konsep kesebangunan (Gambar 1 dan Kotak 2).

- Pertama dimisalkan tinggi kerucut adalah *t* = 27 cm dan alas kerucut adalah *r* = 9 cm.
- Apabila dibuat ilustrasi gambar:



- Volume tabung: $V = \pi \cdot a^2 \cdot h$,
- Dari ilustrasi gambar, perbandingan antara sisi-sisi yang bersesuaian adalah
  $\frac{27-h}{27} = \frac{a}{9} \Leftrightarrow \frac{27-h}{a} = 3$
  $\Leftrightarrow 27 - h = 3a$
  $\Leftrightarrow h = 27 - 3a.$
- Persamaan $h = 27 - 3a$ disubstitusikan pada persamaan $V = \pi \cdot a^2 \cdot (27 - 3a)$,
- Dari yang diketahui, a tidak dapat mungkin 0 atau lebih besar dari 9. Jadi masalah ini adalah memaksimumkan $V(a)$ pada $[0, 9]$.
- $V'(a) = 54\pi a - 9\pi a^2$ dan $V'(a)$ ada untuk semua a, sehingga berdasarkan teorema, ada 3 titik kritis yang harus ditinjau pada persamaan $V(a)$, yaitu 1 titik stasioner dan 2 titik ujung $a = 0$ dan $a = 9$.
  * dengan $V'(r) = 0 \Leftrightarrow 54\pi a - 9\pi a^2 = 0$
  $\Leftrightarrow 54a - 9a^2 = 0$
  $\Leftrightarrow (6 - a)(9a) = 0$
  $\Leftrightarrow a = 6 \vee a = 0$
  karena $a = 0$ merupakan titik ujung, maka didapatkan titik stasioner $a = 6$.
- Peninjauan titik-titik kritis menunjukan,
  untuk $a = 0$, $V(0) = 27\pi(0)^2 - 3\pi(0)^3 = 0$
  untuk $a = 6$, $V(6) = 27\pi(6)^2 - 3\pi(6)^3 = 324\pi$
  untuk $a = 9$, $V(9) = 27\pi(9)^2 - 3\pi(9)^3 = 0$

- Volume tabung maksimum adalah 324π, jika $a = 6$, sehingga $h = 27 - 3(6) = 9$.

Kotak 5. Alternatif Solusi dari Masalah Target

dengan $a = 6$ dan $h = 9$, maka $\frac{27-9}{27} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow \frac{18}{27} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ sehingga $a = 6$ dan $h = 9$ memenuhi.

Kotak 6. Alternatif Verifikasi Ukuran h dan a

D. Simpulan dan Saran

Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan, dapat disimpulkan bahwa terjadinya kesalahan penalaran analogi siswa dalam memecahkan masalah nilai maksimum berdasarkan 3 tahapan dan 4 komponen penalaran analogi, dapat berupa kesalahan dalam mengidentifikasi hubungan objek-objek matematika (antara masing-masing objek matematika) yang identik antara masalah sumber dan masalah taget pada komponen pemetaan (*mapping*), kesalahan dalam menerapkan dan mengadaptasi strategi dari masalah sumber ke masalah target pada komponen penerapan (*applying*), kesalahan yang terjadi karena komponen verifikasi (*verifying*) yang tidak dilakukan dan, kesalahan dalam proses pemeriksaan kembali pada komponen *verifying*. Kesalahan dalam komponen pemetaan, dapat terjadi akibat siswa kurang berusaha mengidentifikasi hubungan objek-objek matematika yang identik dari masalah sumber dan masalah taget. Kesalahan dalam komponen penerapan, terjadi akibat siswa kurang teliti dalam menerapkan strategi yang sudah diadaptasi dengan masalah target. Komponen verifikasi yang tidak dilakukan dan kesalahan dalam proses verifikasi, dapat terjadi akibat siswa kurang terbiasa melakukan proses verifikasi ketika mencoba memecahkan masalah dengan bernalar secara analogi.

Saran

Para pemerhati yang ingin meneliti tentang kesalahan penalaran analogi siswa dalam memecahkan masalah, disarankan untuk menggunakan lebih banyak instrumen (masalah sumber dan masalah target) dan lebih banyak tes agar didapatkan subjek penelitian yang benar-benar perlu segera diperbaiki penalaran analoginya.

E. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapankan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu penelit dalam proses penelitian sehingga artikel ini dapat disusun dengan baik, khususnya kepada Dosen Pembimbing, Dinas Pendidikan Kabupaten Tabanan, Kepala Sekolah SMA Negeri 1 Tabanan beserta Para Guru, dan semua siswa Kelas XII IPA 1 SMA Negeri 1 Tabanan.

F. Daftar Pustaka

Amir-Mofidi, S., Amiripour, P. & Bijan-Zadeh, M.H. (2012). Instruction of Mathematical Concepts Through Analogical Reasoning Skills. *Indian Journal of Science and Technology, 5* (6), 2916-2922.

Chaplin, J.P. (1981). *Kamus Lengkap Psikologi*. (Terjemahan Kartini Kartono). Jakarta: RajaGrafindo Persada.

Copi, I.M. (1990). *Introduction to Logic* (Eighth Edition). New York: Macmillan.

English, L.D. (1993). *Reasoning by Analogy in Constructing Mathematical Ideas*. diakses tanggal 22 Desember 2014 dari http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED370766.pdf.

English, L.D. (2004). Mathematical and Analogical Reasoning of Young Leaners. Dalam Lyn D. English (Ed.). *Mathematical and Analogical Reasoning of Young Leaners*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Indrayani, A. (2014). Proses Berpikir Analogi Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika. *Tesis*, tidak diterbitkan. Pascasarjana Universitas Negeri Malang.

Kadir & Ulfah, S.M.J. (2013). Pengaruh Penerapan Strategi Pemecahan Masalah "Look For A Pattern" Terhadap Kemampuan Penalaran Analogi Matematik Siswa SMP. *Prosiding, Konferensi Nasional Pendidikan Matematika V, yang diselenggarakan* *oleh FMIPA UM*, *tanggal 27-30 Juni*, Malang: Universitas Negeri Malang.

Keraf, G. (2007). *Argumentasi dan Narasi: Komposisi Lanjutan III*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

Lee, K. (2009). Analogical Reasoning by The Gifted. Dalam , M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Thessaloniki: PME.

Maarif, S. & Rahman, R. (2014). Pengaruh Penggunaan Metode Discovery terhadap Kemampuan Analogi Matematis Siswa SMK Al-Ikhsan Pamarican Kabupaten Ciamis Jawa Barat. *Infinity: Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung*, *3*(1): 33-58.

Pang, W.A. & Dindyal, J. (2009). Analogical Reasoning Errors in Mathematics at Junior College Level. Dalam R. Hunter, B. Bicknell, & T. Burgess (Eds.). *Crossing Divides: Proceedings of The 32nd Annual Conference of The Mathematics Education Research Group of Australasia*. Palmerston North. Merga.

Polya, G. (1973). *How to Solve It*. *(2nd ed.)*. Princeton: Princeton University Press.

Ruppert, M. (2013). *Ways of Analogical Reasoning-Thought Processes in An Example Based Learning Environment. Prosiding, Eight Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), tanggal 6-10 Februari 2013*. Turkey: Manavgant-Side, Antalya.

Soekadijo, R.G. (2001). *Logika Dasar: Tradisional, Simbolik dan, Induktif*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

Subanji. (2011). *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional*. Malang: Universitas Negeri Malang.

Sudjadi, D. (2011). *Kemampuan Penalaran dan Pemecahan Masalah Matematis Siswa*. diakses tanggal 22 Desember 2014 dari http://dedesudjadimath.blogspot.co.id/2011/11/kemampuan-penalaran-dan-pemecahan.html.

Sukayasa. (2009). Penalaran Dan Pemecahan Masalah Dalam Pembelajaran Geometri. *Prosiding*, *Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA yang diselenggarakan oleh FMIPA UNY, tanggal 16 Mei 2009*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.

Yuliani, A. (2013). Meningkatkan Kemampuan Analogi Matematis Siswa SMP dengan Model Pembelajaran Inkuiri Terbimbing. *Prosiding, Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika yang diselenggarakan oleh Program Studi Pendidikan Matematika STKIP Siliwangi*, *tanggal 31 Agustus*. Bandung: STKIP Siliwangi Bandung.