

Simulasi Solusi Numerik Model Lotka-Volterra dengan Metode Runge-Kutta-Fehlberg

Randhi Nanang Darmawan

Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Malang

Abstract. Model Mangsa-Pemangsa atau dikenal dengan model Lotka-Volterra merupakan model dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa non-linier yang menggambarkan interaksi antara dua makhluk hidup yang saling berikatan dalam bentuk predasi. Dalam artikel ini akan dikaji simulasi solusi numerik Model Lotka-Volterra interaksi antara Ayam Hutan Hijau (*Gallus varius*) dengan Musang Luwak (*Paradoxurus hermaproditus*) yang hidup di Taman Nasional Alas Purwo menggunakan metode Runge-Kutta orde-4, orde-5 dan Runge-Kutta-Fehlberg. Hasil dari penelitian menggunakan ketiga metode menunjukkan bahwa dengan menggunakan beberapa variasi parameter dalam simulasi yaitu nilai a, b, α, β didapatkan beberapa kondisi yang memungkinkan dan berpotensi terjadi kepunahan baik mangsa maupun pemangsa.

Keyword: Model Lotka-Volterra, Runge-Kutta-Fehlberg, Sistem Persamaan Diferensial,

1. Pendahuluan

Seluruh makhluk hidup yang ada di muka bumi selalu berhubungan dan menjalin ikatan satu dengan yang lainnya, baik itu berupa simbiosis maupun suatu proses adaptasi yang saling berkaitan dalam suatu ekosistem. Organisme selalu bergantung dengan organisme lainnya dan terdiri dari macam-macam spesies yang membentuk suatu populasi [1]. Interaksi antar organisme tersebut dapat juga terjalin dengan spesies lainnya pada populasi yang berbeda. Pergerakan dari populasi tersebut, terdapat beberapa jenis hubungan yang dapat terjadi antar spesies. Salah satu interaksi tersebut adalah predasi, yaitu hubungan antara mangsa (*prey*) dan pemangsa (*predator*). Dalam bidang ilmu ekologi, khususnya interaksi predasi dua populasi ini menjadi sangat penting karena berhubungan dengan eksistensi atau keberlangsungan hidup dari makhluk hidup itu sendiri.

Model Lotka-Volterra merupakan model dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa non-linier yang menggambarkan interaksi antara dua makhluk hidup yang saling berikatan dalam bentuk predasi. Sehingga dalam menyelesaikan model tersebut akan diselesaikan dengan metode numerik yaitu dengan metode Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45), dikarenakan model sistem persamaan diferensial tersebut berupa non-linier yang sulit ditentukan solusi analitiknya, solusi penyelesaian dari sistem persamaan diferensial tersebut akan berupa profil simulasi interaksi dari dua makhluk hidup yang berikatan secara predasi. Model Lotka-Volterra secara umum terdiri dari dua persamaan diferensial non-linier yaitu $\frac{dx}{dt} = ax - \alpha xy$ dan $\frac{dy}{dt} = -by + \beta xy$ yang masing-masing menggambarkan banyaknya populasi mangsa

(x) dan pemangsa (y) dan pertumbuhan mangsa dalam kurun waktu tertentu ($\frac{dx}{dt}$) dan pertumbuhan pemangsa dalam kurun waktu tertentu ($\frac{dy}{dt}$) [2].

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah hasil studi kasus populasi Ayam Hutan Hijau (*Gallus varius*) dan Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) yang hidup di Taman Nasional Alas Purwo Kabupaten Banyuwangi. Sebagai informasi kedua fauna yang hidup di Taman Nasional Alas Purwo tersebut merupakan fauna yang dilindungi dan terancam punah dikarenakan sedikitnya jumlah populasi kedua fauna di Indonesia khususnya di tanah Jawa. Dengan menerapkan model Lotka-Volterra berdasarkan jumlah populasi Ayam Hutan Hijau (*Gallus varius*) dan Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*), kemudian diselesaikan secara numerik dengan metode Runge-Kutta orde-4 (RK4), Runge-Kutta orde-5 (RK5), dan Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45) dengan bantuan Matlab 7.8.0 (R2009a).

Langkah selanjutnya adalah melakukan simulasi program dengan memvariasikan nilai parameter a, b, α, β yang merupakan bilangan real positif yang menggambarkan interaksi dari kedua fauna tersebut. Langkah terakhir adalah menganalisis hasil simulasi untuk mengetahui profil model Lotka-Volterra. Jadi tujuan dari penelitian ini adalah menentukan simulasi solusi numerik model Lotka-Volterra interaksi antara Ayam Hutan Hijau (*Gallus varius*) dan Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) menggunakan metode Runge-Kutta orde-4 (RK4), Runge-Kutta orde-5 (RK5), dan Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45) dan mengetahui profil model Lotka-Volterra interaksi Ayam Hutan Hijau (*Gallus varius*) dan Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) dengan ketiga metode tersebut.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini dikategorikan ke dalam penelitian terapan (*applied research*). Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder berupa jumlah Ayam Hutan Hijau (*Gallus varius*) dan Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) yang hidup di Taman Nasional Alas Purwo yang sudah terdata di Balai Taman Nasional Alas Purwo Kabupaten Banyuwangi.

Adapun langkah-langkah penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut.

a) Kajian Pustaka

Berupa kajian referensi yang berkaitan dengan system persamaan diferensial, metode numerik, dan model lotka Volterra baik dari buku maupun jurnal *online*.

b) Pengambilan data

Data yang didapatkan dari Balai Taman Nasional Alas Purwo menunjukkan data temuan atau perjumpaan saat petugas melakukan patroli di Alas Purwo jadi data yang didapatkan peneliti bukan data secara kuantitatif seluruhnya melainkan hanya data perjumpaan yang mewakili penyebaran populasi kedua spesies tersebut. Berikut data populasi kedua spesies,

Tabel 2.1 Data Jumlah Perjumpaan Ayam Hutan Hijau dan Musang Luwak

No	Jenis Satwa	2015	2016	2017	Jumlah
1.	Ayam Hutan Hijau (<i>Gallus varius</i>)	60	79	8	147
2.	Musang Luwak (<i>Paradoxurus hermaphroditus</i>)	14	7	-	21

c) Menyelesaikan Model Lotka-Volterra

Metode Runge-Kutta-Fehlberg merupakan modifikasi antara metode Runge-Kutta orde-4 (RK4) dan Runge-Kutta orde-5 (RK5) oleh karena itu metode Runge-Kutta-Fehlberg sering dituliskan dengan RKF45. Berikut beberapa persamaan yang digunakan merujuk pada [3], [4], [5]:

$$k_1 = hf(x_i, y_i) \tag{1}$$

$$k_2 = hf(x_i + \frac{1}{4}h, y_i + \frac{1}{4}k_1) \tag{2}$$

$$k_3 = hf(x_i + \frac{3}{8}h, y_i + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2) \tag{3}$$

$$k_4 = hf(x_i + \frac{12}{13}h, y_i + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3) \tag{4}$$

$$k_5 = hf(x_i + h, y_i + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{4104}k_4) \tag{5}$$

$$k_6 = hf(x_i + \frac{1}{2}h, y_i - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 - \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5) \tag{6}$$

Kemudian solusi hampiran untuk masalah nilai awal persamaan diferensial menggunakan metode Runge-Kutta orde-4:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{25}{216}k_1 + \frac{1408}{2565}k_3 + \frac{2197}{4104}k_4 - \frac{1}{5}k_5 \tag{7}$$

dimana nilai dari keempat fungsi f_1, f_3, f_4, f_5 dengan catatan nilai fungsi f_2 tidak digunakan pada persamaan (2.27). Nilai solusi hampiran terbaik dapat ditentukan dengan metode Runge-Kutta orde-5:

$$z_{i+1} = z_i + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12.825}k_3 + \frac{28.561}{56.430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_5 \tag{8}$$

d) Pembuatan Program

Penyelesaian model Lotka-Volterra dengan metode Runge-Kutta orde-4 (RK4), Runge-Kutta orde-5 (RK5), dan Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45) dengan bantuan program Matlab 7.8.0 (R2009a), program yang dibuat sudah berbentuk *Graphical user interface (GUI)*.

e) Simulasi Program

Simulasi yang akan dilakukan yaitu nilai parameter yang mempengaruhi populasi mangsa dan pemangsa dengan menginputkan nilai parameter dari laju kelahiran mangsa (α), laju kematian pemangsa (γ), penurunan jumlah populasi mangsa (β), dan peningkatan jumlah populasi pemangsa (δ). Simulasi ini dilakukan dengan mengubah nilai-nilai parameter-parameter tersebut pada ketiga metode tersebut yang akan dicobakan. Dalam simulasi ini divariasikan tiga kasus, yaitu sebagai berikut.

Tabel 2.2 Simulasi parameter ketiga kasus

No.	Kondisi Kasus	Variasi Parameter
1.	$a > b$	$a = 0,5; \alpha = 0,02; b = 0,2; \text{ dan } \beta = 0,03$
2.	$a = b$	$a = 0,5; \alpha = 0,02; b = 0,5; \text{ dan } \beta = 0,03$
3.	$a < b$	$a = 0,5; \alpha = 0,02; b = 0,9; \text{ dan } \beta = 0,03$

f) Analisis Hasil Simulasi Program

Hasil yang diperoleh dari simulasi, selanjutnya dianalisis untuk mengetahui apakah terjadi perubahan populasi mangsa dan pemangsa, yaitu populasi Ayam Hutan Hijau (*Gallus varius*) dan Musang

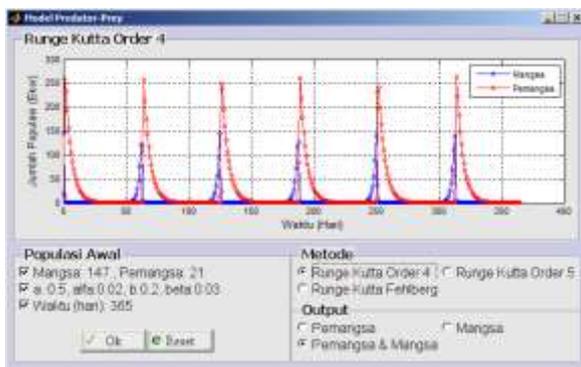
Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*). Analisis dilakukan dengan mengubah nilai parameter-parameter yang mempengaruhi populasi mangsa dan pemangsa tersebut secara bervariasi. Parameter yang diambil ada empat, yaitu laju kelahiran mangsa (a), laju kematian pemangsa (b), penurunan jumlah populasi mangsa (α), dan peningkatan jumlah populasi pemangsa (β). Parameter-parameter ini yang dimungkinkan akan mempengaruhi jumlah mangsa dan pemangsa.

3. Hasil Penelitian

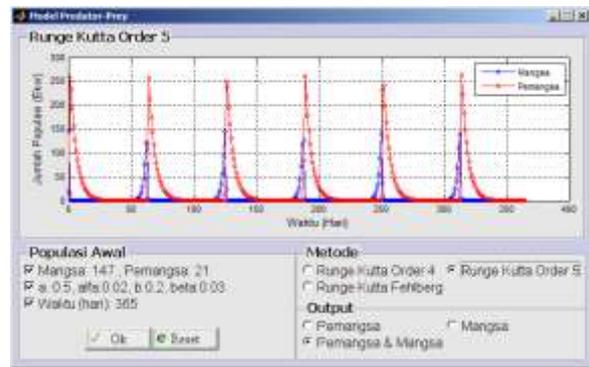
3.1 Simulasi Model Lotka-Volterra

Pada bagian ini akan disimulasikan model Lotka-Volterra dengan tiga kasus sebagaimana yang telah dijabarkan pada metode penelitian menggunakan ketiga metode.

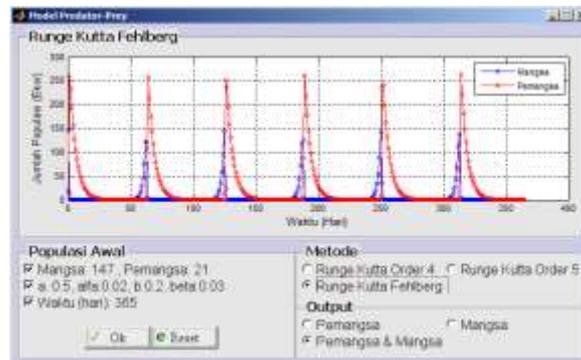
3.1.1 Simulasi Kasus pertama ($a < b$)



Gambar 3.1 Grafik Model Lotka-Volterra dengan RK4 ($a < b$)

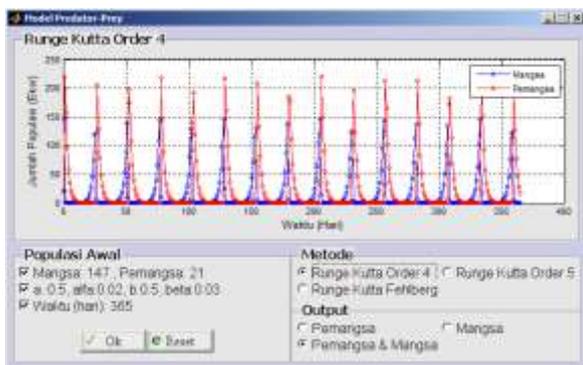


Gambar 3.2 Grafik Model Lotka-Volterra dengan RK5 ($a < b$)

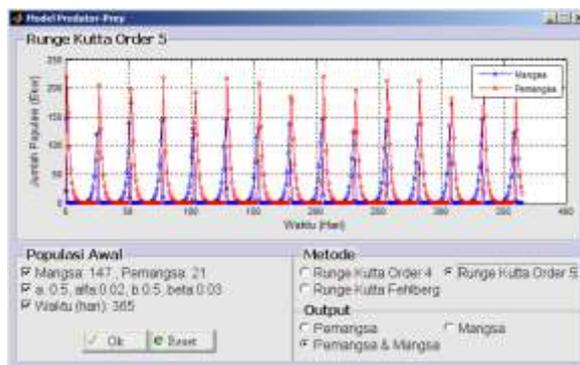


Gambar 3.3 Grafik Model Lotka-Volterra dengan RKF45 ($a < b$)

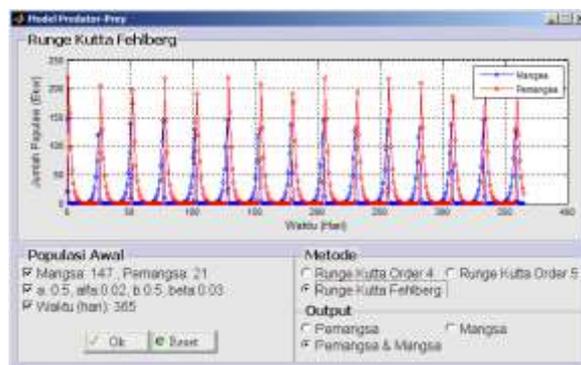
3.1.2 Simulasi Kasus kedua ($a = b$)



Gambar 3.4 Grafik Model Lotka-Volterra dengan RK4 ($a = b$)

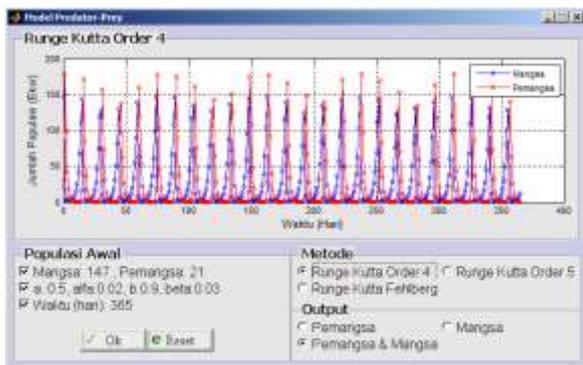


Gambar 3.5 Grafik Model Lotka-Volterra dengan RK5 ($a = b$)

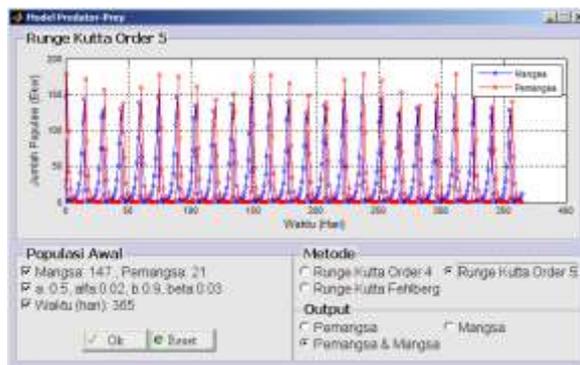


Gambar 3.6 Grafik Model Lotka-Volterra dengan RKF45 ($a = b$)

3.1.3 Simulasi Kasus ketiga ($a < b$)

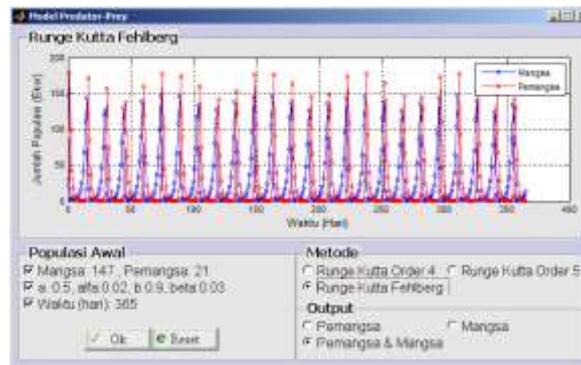


Gambar 3.7 Grafik Model Lotka-Volterra dengan RK4 ($a < b$)



Gambar 3.8 Grafik Model Lotka-Volterra dengan RK5 ($a < b$)

**Gambar 3.9 Grafik
Volterra dengan**



**Model Lotka-
RKF45 ($a < b$)**

3.2 Analisis Simulasi dan Pembahasan

Dari hasil analisis dan pembahasan simulasi tersebut maka terdapat empat parameter yang menjadi komponen utama dari kedua spesies tersebut, yaitu laju kelahiran mangsa, laju kematian pemangsa, penurunan jumlah populasi mangsa, dan peningkatan jumlah populasi pemangsa. Dari hasil simulasi ketiga kasus tersebut dengan bervariasi parameter-parameter yang mempengaruhi, dan didapatkan kondisi yang stabil dan berlaku untuk seluruh kasus, yang mana pada kasus satu, dua, dan tiga menghasilkan berbagai macam kondisi.

Berdasarkan hasil simulasi profil ketiga metode menunjukkan hasil yang secara sepintas terlihat sama dan tidak ada perbedaan nyata, akan tetapi metode RKF45 memiliki akurasi yang lebih baik dari RK4 dan RK5 hal tersebut terlihat jelas saat program dijalankan terdapat beberapa titik-titik data yang berbeda meskipun sangat kecil perbedaan tersebut.

Pada simulasi kasus pertama dengan ketiga metode menunjukkan profil populasi pemangsa yang meningkat sedangkan populasi mangsa menurun hal ini diakibatkan laju kematian mangsa yang lebih besar ($a > b$). Pada simulasi kasus kedua ketiga metode menunjukkan profil populasi pemangsa stabil seperti pada kasus pertama, dalam hal ini populasi mangsa meningkat dan dapat dikatakan stabil, sehingga proses predasi pada kasus ini dapat berlangsung dalam kurun waktu yang cukup lama. Pada simulasi kasus ketiga dengan ketiga metode menunjukkan profil populasi pemangsa yang turun dibandingkan kasus-kasus sebelumnya dan populasi mangsa meningkat, hal ini diakibatkan laju kematian pemangsa lebih besar ($a < b$) sehingga berdampak populasi mangsa dan pemangsa berimbang mengakibatkan tekanan predasi cukup tinggi berakibat populasi mangsa terancam kepunahan.

Dari seluruh simulasi tersebut banyak faktor yang mempengaruhi hubungan interaksi antara mangsa dan pemangsa tersebut diantaranya keadaan lingkungan, (cuaca, suhu, dan lainnya) dan juga kondisi pemangsa yang lain, disamping itu juga terdapat kemungkinan spesies pemangsa lebih dominan mengkonsumsi biji-bijian seperti biji kopi, buah-buahan dan lainnya dibandingkan memangsa ayam hutan, oleh karena itu pentingnya dilakukan simulasi dengan memvariasikan keempat parameter tersebut.

4. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a) Metode Runge-Kutta-Fehlberg menjadi salah satu alternatif solusi numerik yang bagus untuk penyelesaian persamaan diferensial terutama model Lotka-Volterra, dikarenakan rumitnya penyelesaian tersebut dengan menggunakan metode analitik.
- b) Hasil simulasi menggunakan ketiga metode, dengan menggunakan variasi parameter-parameter menunjukkan bahwa:
 - 1) semakin besar nilai b , populasi mangsa akan meningkat dengan nilai $a > b$,

- 2) semakin kecil nilai α dan β yang diberikan, maka akan menyebabkan proses interaksi antara kedua spesies melambat, namun populasi mangsa akan meningkat,
- 3) terdapat kondisi yaitu pada kasus ketiga dimana populasi mangsa yang berimbang dengan populasi pemangsa mengakibatkan tekanan predasi yang cukup tinggi berakibat pupulasi mangsa terancam kepunahan.

5. Daftar Pustaka

- [1] Angga, T. F., 2010. *Penerapan Model Mangsa-Pemangsa Lotka-Volterra (Studi Kasus Perkebunan Kopi, Kakao (PTPN X), dan Kelapa Rakyat di Jember)*, Jember: FMIPA Universitas Jember: Tidak Dipublikasikan. Skripsi.
- [2] Anisiu, M. C., 2014. Lotka, Volterra and their Model. *Didactica Mathematica*, Volume 32, pp. 9-17.
- [3] Campbel, S. L. & Haberman, S., 2008. *Introduction to Differential Equations with Dynamical System*. New Jersey: Pricenton University Press.
- [4] Chapra, S. C. & Canale, R. P., 2010. *Numerical Method for Engineers*. Sixth ed. New York: McGraw-Hill.
- [5] Boyce, W. E. & DiPrima, R. C., 2008. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problem*. Ninth ed. New York: John Willey & Sons.

Ucapan terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Kemenristekdikti terkait dana Hibah DRPM 2018 dan Kepala Balai Taman Nasional Alas Purwo Kabupaten Banyuwangi terkait data penelitian, serta seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu terselesaikannya penelitian ini.