

# Model Lampu Lalu Lintas dengan Tiga Fase Menggunakan Petri Net

**Tomi Tristono<sup>1</sup>, Moh. Sidqon<sup>2</sup>, Sutrisno<sup>3</sup>, Seno Aji<sup>4</sup>**

<sup>1,3,4</sup>Universitas Merdeka Madiun, <sup>2</sup>Universitas 17 Agustus 1945 Surabaya

**Abstrak.** Petri net dapat dipergunakan untuk memodelkan struktur perilaku kejadian diskrit pada lampu lalu lintas. Petri net juga dapat menyajikan sinkronisasi penjadwalan beberapa fase lampu lalu lintas. Tujuan studi kali ini yaitu untuk mengulas model lampu lalu lintas dengan tiga fase menggunakan Petri net beserta uji verifikasi kebenaran model menggunakan beberapa properti Petri net. Analisa model Petri net lampu lalu lintas yang dibangun meliputi *Invariant*, properti keterbatasannya (*boundedness*), konservasinya (*conservation*), serta *coverability* untuk semua keadaan/ *state*. Properti Petri net dapat menunjukkan bahwa model adalah benar. Model dengan strategi waktu tetap yang dipelajari dapat dikembangkan untuk maka model lampu lalu lintas yang disertai waktu pada masing – masing yang kompleks.

**Keyword.** Petri net, kejadian diskrit, model lampu lalu lintas, strategi waktu tetap

## 1. Pendahuluan

Petri net dapat digunakan untuk pemodelan matematika secara grafis struktur perilaku sebuah sistem. Petri net dapat pula digunakan untuk pemodelan sistem kontrol, analisis jaringan sensor, sistem manufaktur, dan banyak sistem praktis lainnya [1]. Petri net juga sering digunakan untuk pendekatan dalam pemodelan, simulasi, analisis, dan penjadwalan sistem produksi [2].

Petri net terdiri empat elemen yaitu *place* (P), transisi (T), busur berarah, dan token. *Place* (P) melambangkan *state*/ ruang keadaan yang sedang terjadi. Transisi (T) berfungsi untuk melakukan *fire* yang memicu perubahan sebuah keadaan awal menjadi keadaan berikutnya sesuai dengan arah busur. Sebuah *state*/ keadaan yang terjadi dinyatakan dengan keberadaan token pada *place* yang berkaitan [1]. Pada makalah ini, Petri net digunakan sebagai sarana untuk memodelkan struktur perilaku lampu lalu lintas yang terdiri dari tiga fase. Lampu lalu lintas mengatur penjadwalan perjalanan di jungsi yang terdiri dari tiga lengan ruas jalan yaitu lengan ruas barat, utara, dan timur. Setiap lengan ruas jalan harus mendapat alokasi waktu yang tepat agar arusnya tidak terjadi konflik dengan kendaraan yang datang dari arah yang berbeda. Lampu lalu lintas harus dapat menciptakan jadwal perjalanan yang adil dan aman, serta tidak menyebabkan terjadinya kemacetan di salah satu lengan jungsi jalan [3].

Durasi sinyal lampu lalu lintas yang dipelajari menerapkan “strategi waktu tetap”, yaitu pengaturan durasi sinyal yang berbasis data empiris volume kendaraan yang melintas [4]. Setiap sinyal menyala dalam interval waktu tertentu yang tetap sepanjang waktu.

Lampu lalu lintas yang standard paling tidak mempunyai tiga ruang keadaan diskrit yaitu keadaan sinyal merah aktif, sinyal kuning, atau sinyal hijau. Ketiga sinyal tersebut aktif dengan durasi dan urutan tertentu secara bergantian dan berulang – ulang membentuk siklus perulangan ruang keadaan lampu lalu lintas [3].

Adapun tujuan studi ini yaitu untuk mengulas model lampu lalu lintas dengan tiga fase menggunakan Petri net beserta uji verifikasi kebenaran model dengan beberapa properti Petri net. Analisa model Petri net lampu lalu lintas yang dibangun meliputi *Invariant* dan properti keterbatasannya (*boundedness*), konservasinya (*conservation*), serta *coverability* untuk semua keadaan/ *state*, termasuk pula hasil simulasinya. Artikel ini mengulas model dengan tiga fase lampu lalu lintas dengan urutan fase yang tetap pada tiap – tiap lengan jungsi. Metode analisisnya yaitu menggunakan *coverability tree* yang diawali dengan representasi perkalian matriks keterhubungannya terhadap matriks transisi yang *enabled* [1].

Beberapa penelitian terdahulu tentang perilaku lampu lalu lintas banyak yang menggunakan pemodelan menggunakan Petri net. Omar Yaqub O dan Li L Pada 2013 menggunakan modifikasi binary Petri net (MBPNs) untuk mengatasi keterbatasan desain model Petri net lampu lalu lintas. Mereka juga menyertakan pada studi tentang sistem kontrolnya [5]. Adzkiya D pada 2008 telah mempelajari model lampu lalu lintas dan menganalisisnya menggunakan beberapa properti Petri net [1]. Anggrainingsih R dkk pada 2014 telah memakai model Petri nets untuk menganalisa sebuah sistem proses bisnis yang mutlak harus bebas *deadlock* [6]. Wahyu Pramesthi S R P pada 2018 telah mempelajari model Petri net sebuah sistem jaringan dengan antrean *multichannel* [7]. Cahyono S D dkk pada 2019 telah memodifikasi struktur lampu lalu lintas sehingga ia dapat mereduksi tundaan perjalanan. Pada perancangan modelnya ia menggunakan Petri net [8].

## 2. Metode Penelitian

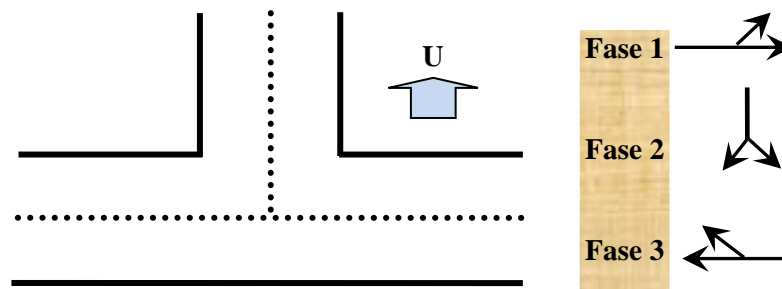
Pada bagian ini diuraikan tentang elemen – elemen Petri net, jungsi jalan dan arus kendaraan yang melintasinya, penjelasan tentang model Petri net lampu lalu lintas dengan tiga fase, dan bagaimana bentuk matriks keterhubungan model Petri net serta *Invariantnya*.

### 2.1. Petri Net

Petri net adalah jaringan model dengan empat elemen yaitu  $N(P, T, A, w)$ . Elemen P menyatakan himpunan berhingga *place*  $P = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ . Elemen T adalah representasi himpunan berhingga transisi,  $T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ ,  $m, n \in \text{bilangan bulat positif}$ . Elemen A menyatakan himpunan dari *arc*/ busur yang mengkoneksikan *place* ke transisi atau sebaliknya yaitu dari transisi menuju *place* serta secara penyajian matematis yaitu  $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$  [1]. Elemen  $w$  (*weight*) merupakan fungsi bobot sebuah busur. Nilai  $w$  adalah  $A \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$ . Berdasarkan kesepakatan, bobot busur pada model Petri net yang bernilai satu tidak perlu ditulis pada model.

Pada model awal *Marking*/ penandaan menggunakan token pada sebuah *place* Petri net memiliki nilai 0 atau 1. Berturut – turut bermakna sinyal yang padam atau aktif. Secara matematis dituliskan sebagai  $M(P_i) = \{0, 1\}$ ,  $i=1,2,3,\dots,12$ . Pada model lampu lalu lintas dengan tiga fase yang dibahas hanya terdapat 12 *place* saja. Sebuah *place* pada model lampu lalu lintas dikatakan *Marking* atau aktif bila terdapat sebuah token yang termuat di dalamnya. Sebuah *place* akan kosong bila sinyal yang bersangkutan padam.

### 2.2. Arus Lalu lintas pada Jungsi Jalan



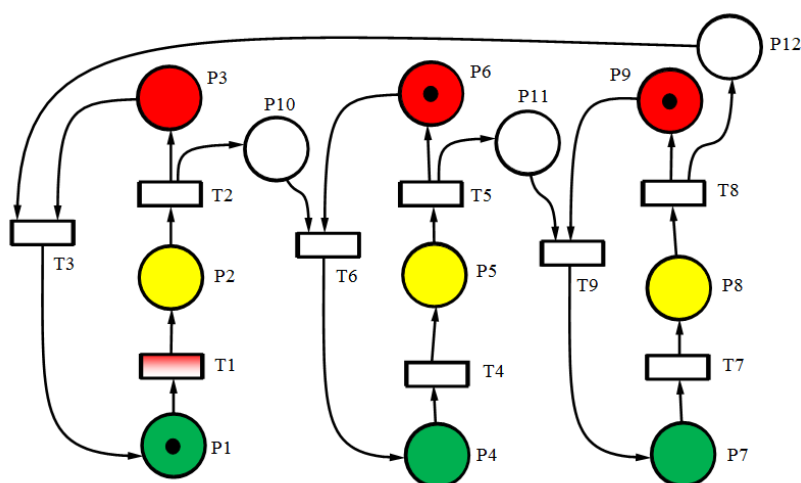
Gambar 1. Jungsi jalan dan pergerakan lalu lintasnya pada tiap – tiap fase lampu lalu lintas

Pada Gambar 1., tampak jungsi yang terdiri atas tiga lengan ruas jalan, masing – masing adalah lengan barat, lengan utara, dan lengan timur. Pengaturan lampu lalu lintas berturut – turut yaitu fase 1 untuk pergerakan arus kendaraan yang datang dari lengan barat, fase 2 untuk lengan utara, dan fase 3 bagi lengan timur. Pergerakan arus lalu lintas diatur senantiasa berada di sisi kiri jalan atau left hand traffic. Pada jungsi jalan diasumsikan tidak terdapat pejalan kaki, sehingga alokasi waktu untuknya tak perlu disediakan.

### 2.3. Model Petri Net Lampu Lalu Lintas dengan Tiga Fase

Pada Gambar 2., adalah model Petri net lampu lalu lintas dengan tiga fase. Pada model lampu lalu lintas di lengan barat terdapat sinyal P1, P2, dan P3, berturut - turut adalah sinyal hijau, kuning, dan merah. Pada model lampu lalu lintas di lengan utara terdapat sinyal P4, P5, dan P6. Sedangkan pada model lampu lalu lintas di lengan timur terdapat sinyal P7, P8, dan P9. *Place* P10, P11, dan P12 adalah *place* intermediasi untuk menciptakan sinkronisasi ketiga fase. Ketika terdapat sebuah token pada salah satu dari *place* P10, P11, atau P12, maka sinyal merah lampu lalu lintas untuk ketiga lengan semuanya aktif atau biasa disebut *All Red Signal*. Setiap akhir pergantian fase lampu lalu lintas selalu terdapat *All Red Signal*. Adapun tujuannya yaitu untuk memberi tenggang waktu sejenak untuk mengosongkan jungsi dari kendaraan yang belum selesai melintas. Hal ini disediakan demi jaminan keamanan perjalanan agar tak terjadi konflik [4].

Bila terdapat sebuah token pada *place* P1 maka lampu lalu lintas di lengan barat untuk sinyal hijau sedang aktif. Akibatnya sinyal pada dua lengan ruas jalan yang lain harus menyala merah. Pada *place* P6 dan P9 masing – masing terdapat sebuah token atau keduanya aktif. Hal ini dinyatakan dalam persamaan yang disebut *Invariant 1*. Lampu lalu lintas adalah sistem *Linear Time Invariant* (LTI). Sistem LTI adalah suatu sistem dinamik yang mempunyai komponen yang tidak berubah terhadap waktu [9].



Gambar 2. Model Petri Net Lampu Lalu Lintas dengan Tiga Fase

Tabel 1. Jadwal Lampu Lalu-Lintas

Fase	Hijau	Inter Green		Merah	Siklus
		Kuning	All Red		
detik					
1.	30	3	3	66	99
2.	21	3	3	75	99
3.	30	3	3	66	99

Adapun hasil simulasi jadwal lampu lalu lintas pada Tabel 1. diilustrasikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Hasil simulasi dengan masing – masing sinyal hijau pada fase adalah 30 detik, fase 2 yaitu 21 detik, dan pada fase 3 selama 30 detik.

**2.4. Matriks Keterhubungan dan Invariant**

Petri net dapat disajikan menggunakan matriks *forward incidence* dan matriks *backward incidence*. Matriks keterhubungan model Petri net pada Gambar 4., adalah matriks A yang merupakan pengurangan matriks *backward incidence* dari matriks *forward incidence*. Matriks tersebut berukuran  $m \times n$ , m merupakan jumlah *place* dan n adalah jumlah transisi, dengan m dan n adalah bilangan bulat tak negatif. Pada matriks *forward incidence*, elemen matriksnya merupakan bobot busur yang menghubungkan transisi menuju ke *place* atau *place* merupakan output dari transisi. Matriks *backward incidence* merupakan bobot busur yang menghubungkan *place* ke transisi. *Place* merupakan input dari transisi. Jika tidak ada busur yang menghubungkan *place* ke transisi atau sebaliknya, maka bobot busurnya diberi nilai nol [1]. Nilai 1 pada matriks A merepresentasikan adanya koneksi dari Transisi menuju ke *place*. Nilai -1 menandakan adanya busur dari *place* menuju ke Transisi dengan bobot 1.

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	
A =	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	P1
	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	P2
	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	P3
	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	P4
	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	P5
	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	P6
	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	P7
	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	P8
	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	P9
	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	P10
	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	P11
	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	P12

Gambar 4. Matriks Keterhubungan Model Petri Net Lampu Lalu Lintas

*Invariant* dan hasil simulasi termasuk sebagai property yang dapat digunakan sebagai validasi dan verifikasi sebuah model. Lampu lalu lintas harus dapat menghindarkan dari terjadinya konflik pergerakan lalu lintas, mampu melayani semua fase sinyal, dan dapat kembali ke keadaan awal [1]. Kali ini yang dimaksud *Invariant* adalah pada *Place-Invariant* dan bukan transisi.

Berikut ini adalah *Invariant* yang memiliki komponen yang tidak berubah seiring pergantian waktu. *Invariant 1* berlaku untuk lampu lalu lintas pada fase 1. Paling sedikit terdapat sebuah token pada *place* P1 atau P2 atau P3. Sinyal lampu lalu lintas hanya menyala satu saja yaitu hijau, atau kuning, atau merah saja. Sinyal dengan warna berbeda tidak diperkenankan aktif secara bersamaan dan tidak pula diijinkan yaitu semua sinyalnya padam. Serupa dengan hal ini yaitu pada *Invariant 2* dan *Invariant 3* berturut – turut untuk fase 2 dan fase 3.

$$M(P1) + M(P2) + M(P3) = 1 \quad \text{Invariant (1)}$$

$$M(P4) + M(P5) + M(P6) = 1 \quad \text{Invariant (2)}$$

$$M(P7) + M(P8) + M(P9) = 1 \quad \text{Invariant (3)}$$

*Invariant 4* berlaku untuk lampu lalu lintas fase 1. Sebuah token diperkenankan ada pada P1, P2, atau P3 ketika ada sebuah token di P6 dan P9. Sinyal lampu lalu lintas pada fase 1 boleh mengaktifkan hijau, kuning atau merah bila sinyal kedua lengan yang lain yaitu pada lengan utara dan lengan timur keduanya senantiasa mengaktifkan merah atau  $M(P6) = M(P9) = 1$ . *Invariant 4* merupakan jaminan perjalanan

kendaraan yang datang dari arah lengan barat tidak terjadi konflik dengan arus lain yang datang dari lengan simpang yang berbeda. Berturut – turut *Invariant 5* berlaku untuk lampu lalu lintas fase 2 dan *Invariant 6* berlaku untuk lampu lalu lintas fase 3.

$$M(P1) + M(P2) + M(P3) = M(P6) = M(P9) \text{ ketika } M(P6) = M(P9) = 1 \quad \text{Invariant (4)}$$

$$M(P4) + M(P5) + M(P6) = M(P3) = M(P9) \text{ ketika } M(P3) = M(P9) = 1 \quad \text{Invariant (5)}$$

$$M(P7) + M(P8) + M(9) = M(P3) = M(P6) \text{ ketika } M(P3) = M(P6) = 1 \quad \text{Invariant (6)}$$

*Invariant 7* menggambarkan sinkronisasi untuk ketiga lengan jalan pada jungsi untuk berbagi waktu jadwal perjalanan.  $M(P1)$  dan  $M(P2)$  adalah *place* sinyal hijau dan sinyal kuning untuk fase 1.  $M(P4)$  dan  $M(P5)$  adalah *place* sinyal hijau dan sinyal kuning untuk fase 2.  $M(P7)$  dan  $M(P8)$  adalah *place* sinyal hijau dan sinyal kuning untuk fase 3.  $M(P10)$ ,  $M(P11)$ , dan  $M(P12)$  adalah *place* intermediasi untuk mengkreasi urutan waktu pergantian fase dalam satu siklus lampu lalu lintas.

$$M(P1) + (P2) + M(P4) + M(P5) + M(P7) + M(P8) + M(P10) + M(P11) + M(P12) = 1 \quad \text{Invariant (7)}$$

Model Petri net lampu lalu lintas dengan tiga fase telah memenuhi *Invariant (1)* hingga *Invariant (7)*.

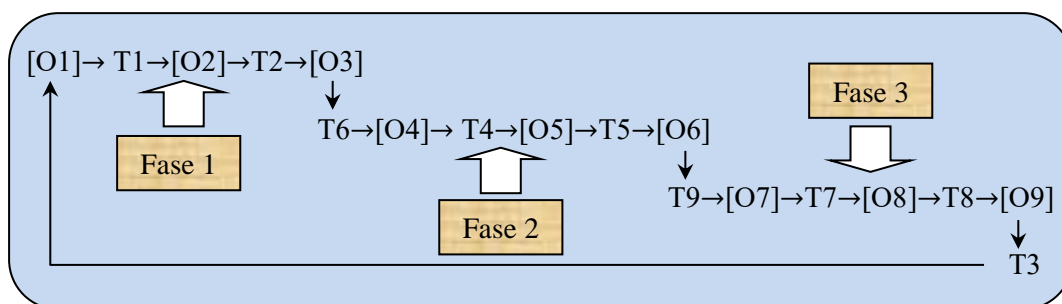
### 3. Hasil Studi.

Adapun Matriks kejadiannya (*Occurrence Matrix*)  $O$  disajikan pada Gambar 5. Setiap kolom pada matriks kejadian  $O$  menyatakan urutan *place* yang *Marking* pada setiap keadaan. Urutan tersebut dimulai dari initial pada kolom pertama atau  $[O1]$  hingga kolom 9 yaitu  $[O9]$  dan berulang kembali ke initial untuk membentuk siklus perulangan lampu lalu lintas.

	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9	
O =	1	0	0	0	0	0	0	0	0	P1
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	P2
	0	0	1	1	1	1	1	1	1	P3
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	P4
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	P5
	1	1	1	0	0	1	1	1	1	P6
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	P7
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	P8
	1	1	1	1	1	1	0	0	1	P9
	0	0	1	0	0	0	0	0	0	P10
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	P11
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	P12

Gambar 5. Matriks Kejadian Model Petri Net Lampu Lalu Lintas

Adapun urutan transisi yang *fire* dan kejadiannya tampak pada Gambar 6. Kejadian berawal dari  $[O1] \rightarrow T1$  yaitu dengan transisi  $T1$  yang *enable* dan berulang kembali ke  $[O1] \rightarrow T1$ . Semua transisi telah melakukan *fire* paling tidak sekali dalam satu siklus lampu lalu lintas.



Gambar 6. Urutan transisi yang *fire* dan kejadiannya senantiasa membentuk siklus

Adapun Persamaan (1) adalah matriks transisi dari T1 hingga T9. Matriks  $T_i$  disajikan dalam bentuk trasposenya.

$$\left. \begin{aligned} T1 &= [1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T \\ T2 &= [0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T \\ T3 &= [0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T \\ T4 &= [0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T \\ T5 &= [0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0]^T \\ T6 &= [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0]^T \\ T7 &= [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0]^T \\ T8 &= [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0]^T \\ T9 &= [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]^T \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Matriks keterhubungan / *Incidence Matrix* yaitu  $A$  tampak pada Gambar 4. Pada Persamaan (2) sampai dengan Persamaan (5) adalah formula dalam bentuk matriks kejadian sesudah *fire* oleh transisi yang *enabled*. Sebuah transisi adalah *enabled* jika semua *place* inputnya memuat token – token yang lebih besar dari bobot busur ke *place* tujuan berikutnya [1].

$$O_{i+1} = O_i + A.T_i \quad \text{untuk } i = 1, 2, 4, 5, 7, 8 \quad (2)$$

$$O_4 = O_3 + A.T_6 \quad (3)$$

$$O_7 = O_6 + A.T_9 \quad (4)$$

$$O_1 = O_9 + A.T_3 \quad (5)$$

Urutan transisi yang *fire* dan kejadiannya berulang – ulang membentuk siklus lampu lalu lintas, dan tidak pernah terjadi *deadlock*/ jalan buntu. Jumlah token pada *place* tidak berkembang dan terus bertambah menjadi jumlah yang tak terhingga. Petri net lampu lalu lintas yang dibangun meliputi properti keterbatasan (*boundedness*) dan konservasi (*conservation*), termasuk pula properti *liveness*. *Coverability* untuk semua keadaan/ *state* juga telah terpenuhi.

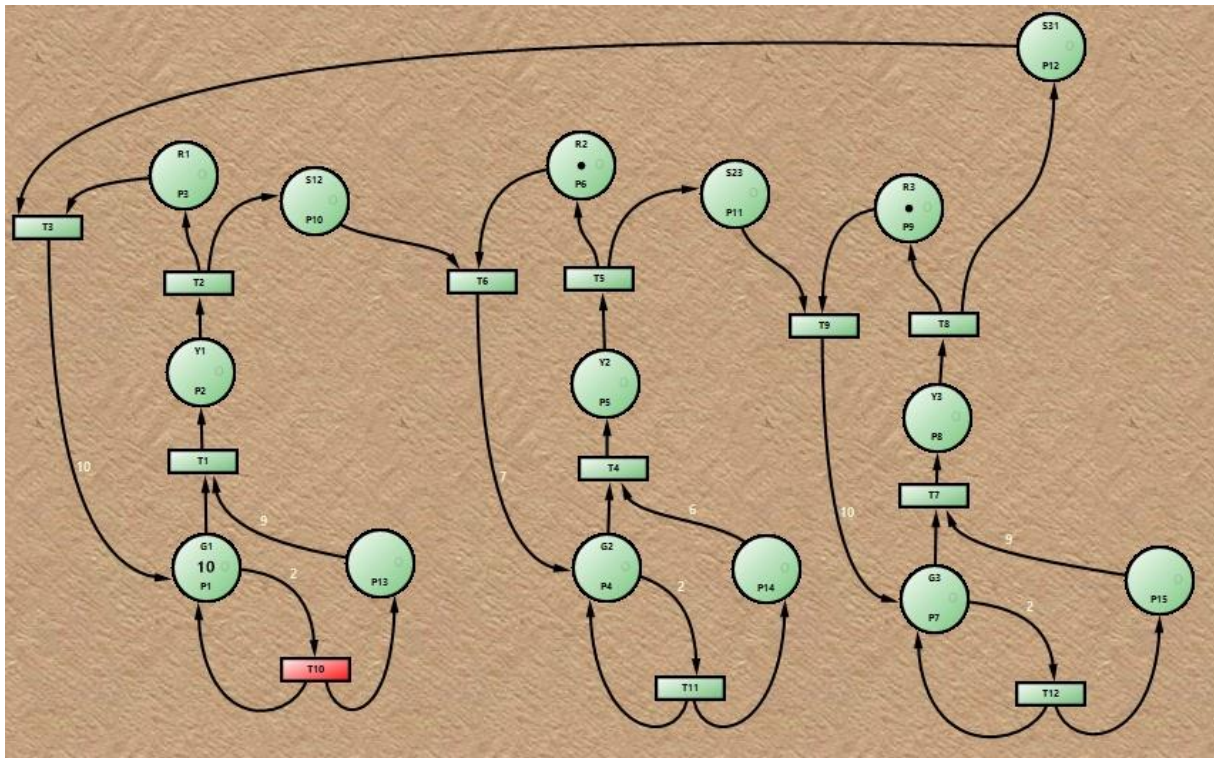
Model dengan strategi waktu tetap yang dipelajari dapat dikembangkan untuk maka model lampu lalu lintas dengan waktu pada masing – masing sinyal yang kompleks. Ilustrasinya tampak pada Gambar 7. Atribut G1, Y1, dan R1 berturutan menyatakan sinyal *Green*, *Yellow*, dan *Red* pada fase 1 lampu lalu lintas. Demikian pula untuk Atribut G2, Y2, dan R2 untuk fase 2 serta Atribut G3, Y3, dan R3 untuk fase 3.

Bobot busur dari transisi T3 menuju P1 adalah 10. Hal ini diasumsikan bahwa setiap token memiliki durasi selama tiga detik. Maknanya, sinyal hijau pada fase 1 memiliki waktu interval selama 30 detik seperti yang tertulis pada Tabel 1. Serupa pula untuk bobot busur dari transisi T6 menuju P4 adalah 7. Sinyal hijau pada fase 2 memiliki waktu interval selama 21 detik. Selanjutnya, sinyal hijau pada fase 3 memiliki waktu interval selama 30 detik karena bobot busur dari transisi T9 menuju P7 adalah 10. *Place* P13, P14, dan P15 adalah *place* bantuan yang membentuk pencacah durasi sinyal hijau G1 selama 3 detik x 10 token atau sebesar 30 detik. Serupa untuk P14 dan P15 berturutan selama 3 detik x 7 token atau sebesar 21 detik dan selama 3 detik x 10 token atau sebesar 30 detik.

Bobot busur P13 menuju ke transisi T1 adalah jumlah token pada P1 dikurangi satu. Demikian pula bobot busur P14 menuju ke transisi T4 dan P15 menuju ke transisi T7 masing – masing adalah jumlah token pada P4 dan P7 dikurangi satu. Bobot busur dari P1 ke T10, P4 ke T11, dan P7 ke T12 semuanya bernilai dua.

Sinyal semua kuning dan intermediasi *All Red* berdurasi tiga detik, sehingga diilustrasikan dengan sebuah token saja. Semua sinyal merah R1, R2, dan R3 tidak disertai dengan durasi. Alasannya karena model Petri net yang dibuat telah membangun sinkronisasi dengan sinyal hijau di semua lengan jalan dari jungsi.





Gambar 7. Model Petri Net Lampu Lalu Lintas dengan Tiga Fase yang dilengkapi waktu

Model Petri net yang dibuat telah memenuhi semua *Invariant* yang ditentukan. Hal ini merupakan jaminan bahwa tidak akan terjadi kesalahan pada model lampu lalu lintas yang dibangun. Semua sinyal merah tak perlu dilengkapi durasi. Interval waktunya akan tersusun dengan sendirinya. Hal inilah yang merupakan kelebihan model Petri net.

#### 4. Kesimpulan

Kesimpulan dapat ditarik dengan berdasar pada hasil studi yang mengulas model lampu lalu lintas dengan tiga fase menggunakan Petri net beserta uji verifikasi kebenaran model menggunakan *Invariant* dan beberapa properti Petri net ini. Properti Petri net dapat menunjukkan bahwa model adalah benar. Analisa model Petri net lampu lalu lintas yang dibangun telah memenuhi diantaranya meliputi properti keterbatasannya (*boundedness*), konservasinya (*conservation*), serta *coverability* untuk semua keadaan/*state*.

#### 5. Daftar Pustaka

- [1] Adzkiya D 2008 *Membangun Model Petri Net Lampu Lalu – lintas dan Simulasinya* (Surabaya: Thesis, Matematika – ITS).
- [2] Bozek A 2012 *Using Timed Coloured Petri Nets for Modelling, Simulation and Scheduling of Production Systems* (Rijeka, Croatia: Intechopen)
- [3] Tristono T, Cahyono S D, Sutomo, dan Utomo P 2015 *Model Koordinasi Lampu Lalu-Lintas dengan Interupsi* (Surabaya: Prosiding Seminar Nasional Manajemen Teknologi, MMT-ITS)
- [4] Manual Kapasitas Jalan Raya (MKJI) 1997 (Jakarta: Direktorat Jenderal Bina Marga, Direktorat Bina Jalan Kota).
- [5] Omar Yaqub O and Li L 2013 *Modeling and Analysis of Connected Traffic Intersections Based on Modified Binary Petri Nets* (London: Hindawi Publishing Corporation-International Journal of Vehicular Technology Vol. 2013).
- [6] Anggrainingsih R, Yohanes S P, dan Salamah U 2014 *Analisis dan Verifikasi Workflow Menggunakan Petri Net* (Semarang: SEMANTIK 2014 UDINUS).

- [7] Wahyu Pramesthi S R P 2018 *Model Petri Net Sistem Jaringan Antrean Multichannel Tak-Siklik Lima Server* (Banyuwangi: Transformasi-Jurnal Pend. Matematika & Matematika 2(2) Universitas PGRI Banyuwangi)
- [8] Cahyono S D, Sutomo, Aji S, Sudarno, Utomo P, and Tristono T 2019 *Modification of the Norwegian Traffic Light States as the Method to Reduce the Travel Delay* (Computer Science and Information Technology 7(1)).
- [9] Dewi Safitri N 2020 *Karakteristik Domain Waktu dan Frekuensi pada Sistem Linear Time Invariant (LTI)* (Yogyakarta: Skripsi, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta)
- [10] Huang Y S and Chung T H 2010 *Mod. and Analysis of Traffic Light Control Use Time Coloured Petri Net* (Shanghai: Intechopen).

**Ucapan terima kasih**

Ucapan terima kasih disampaikan kepada LPPM Universitas Merdeka Madiun atas dukungannya studi ini.